

Zadania ze Wstępu do Matematyki; Zestaw W3

Które z następujących relacji $R \subseteq A \times B$ są funkcjami $f : A \rightarrow B$?

1. $A = \{a, b, c\}, B = \{x, y\}, R = \{(a, x), (b, x), (c, y)\}$
2. $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c\}, R = \{(a, c), (b, b), (c, c)\}$
3. $A = \{a, b, c\}, B = \{x, y\}, R = \{(a, x), (b, y)\}$
4. $A = \{a, b, c\}, B = \{x, y, z, t\}, R = \{(a, y), (b, z), (c, x), (a, t)\}$
5. $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, R = \{(x, y) \mid y = x^2\}$
6. $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, R = \{(x, y) \mid x = y^2\}$
7. $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{R}, R = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x}\}$
8. $A = [0, \infty), B = \mathbb{R}, R = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x}\}$

Dla danej funkcji f znaleźć obraz zbioru A i przeciwobraz zbioru B .

9. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2, A = [1, 2), B = (2, 3]$
10. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2, A = (-3, 2], B = (-1, 5)$
11. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2, A = (-9, -2], B = [-10, 0]$
12. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2, A = (-5, 5), B = [-3, -1]$
13. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3, A = [-2, 3], B = [-2, 3]$
14. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - x + 1, A = [0, 1], B = \{7\}$

Proszę znaleźć złożenia funkcji: fg oraz gf .

- | | |
|--|---|
| 15. $f(x) = x + \sqrt{x}, g(x) = x^2 - \sin x$ | 17. $f(x) = \sin x - \cos x, g(x) = x^2(x + 1)^3$ |
| 16. $f(x) = 2x^2 - 3x + 1, g(x) = \frac{x}{x + 1}$ | 18. $f(x) = \frac{2x + 1}{3x + 2}, g(x) = \frac{2x - 1}{-3x + 2}$ |

Znaleźć funkcję odwrotną do f , wskazać jej dziedzinę i przeciwdziedzinę.

- | | |
|---|---|
| 19. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 7$ | 22. $f : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{5\}, f(x) = \frac{5x - 3}{x + 2}$ |
| 20. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x + 3)^3 - 5$ | 23. $f : (-\infty, -3] \rightarrow [-8, \infty), f(x) = x^2 + 6x + 1$ |
| 21. $f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{-3\}, f(x) = \frac{3x + 5}{3 - x}$ | 24. $f : (-\infty, 0] \rightarrow [\sqrt{5}, \infty), f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ |

Dane są funkcje $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Funkcje f i g są rosnące a funkcja h jest malejąca. Proszę rozwiązać równania i nierówności:

- | | |
|---|--|
| 25. $f(2x - 1) = f(1 - x)$ | 28. $h(2x - 3) > h(3x - 2)$ |
| 26. $f(h(x + 2)^3 + 3) = f(h(5 - x)^3 + 3)$ | 29. $g(h(f(x + 5) - 3 + x) + x^2) + 5 >$ $> g(h(f(7 - x) - 3 + x) + x^2) + 5$ |
| 27. $f(2x - 3) > f(3x - 2)$ | |

Dane są funkcje rosnące $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ oraz malejące $a, b, c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. O których funkcjach poniżej można powiedzieć, że są rosnące lub malejące:

30. $f(x) + g(x)$

31. $-f(x)$

32. $f(x) - g(x)$

33. $f(x) - a(x)$

34. $f(x)g(x)$

35. $f(g(x))$

36. $f(a(x))$

37. $a(b(x)) + g(x)$