

Zadania ze Wstępu do Matematyki; Zestaw 14

Proszę sprawdzić, które z następujących relacji są relacjami równoważności na zbiorze A , wskazać klasy równoważności:

- | | |
|---|---|
| 1. $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff a^2 = b^2$ | 5. $A = \mathbb{Z}, a \sim b \iff a b$ |
| 2. $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff a^2 = b^3$ | 6. $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff a \neq b$ |
| 3. $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff \exists_{k \in \mathbb{Z}} a - b = k\pi$ | 7. $A = \mathbb{R} \setminus \{0\}, a \sim b \iff ab > 0$ |
| 4. $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff \exists_{k \in \mathbb{Z}} a - b = 2k\pi$ | 8. $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff \exists_{k \in \mathbb{Z}} a - b = 5$ |

Proszę naszkicować diagramy Hassego zbiorów A . Wskazać elementy minimalne i maksymalne zbiorów A oraz ograniczenia i kresy zbiorów S :

9. $A = \{1, 2, \dots, 20\}, a \leq b \iff a|b, S = \{4, 5, 10\}$
10. $A = \{1, 2, \dots, 20\}, a \leq b \iff a|b, S = \{4, 6, 10, 12\}$
11. $A = \{1, 2, \dots, 20\}, a \leq b \iff a|b, S = \{6, 9\}$
12. $A = \mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), a \leq b \iff a \subseteq b, S = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$
13. $A = \mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4\}), a \leq b \iff a \subseteq b, S = \{\{3\}, \{1, 3\}, \{3, 4\}\}$

14. Proszę podać przykład zbioru częściowo uporządkowanego, który ma 3 elementy minimalne i 5 elementów maksymalnych.

Proszę naszkicować następujące przedziały w częściowych porządkach A :

Uwaga: $(a, b) \leq_{\text{lex}} (c, d)$ jeśli $a < c$ lub $a = c$ i $b \leq d$. Oraz $(a, b) \leq_{\text{prod}} (c, d)$ jeśli $a \leq c$ i $b \leq d$.

- | | |
|---|---|
| 15. $[3, 9], A = \mathbb{R}, \leq$ | 21. $((2, 2), (5, 5)), A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \leq_{\text{lex}}$ |
| 16. $[3, 9], A = \mathbb{Z}, \leq$ | 22. $[(-1, 2), (3, -5)], A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, \leq_{\text{lex}}$ |
| 17. $[3, 30], A = \mathbb{Z}, a \leq b \iff a b$ | 23. $[(2, 3), (2, 5)], A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \leq_{\text{prod}}$ |
| 18. $(5, 40), A = \mathbb{Z}, a \leq b \iff a b$ | 24. $[(3, 7), (5, 9)], A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \leq_{\text{prod}}$ |
| 19. $[(2, 3), (2, 5)], A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \leq_{\text{lex}}$ | 25. $((2, 5), (5, 5)), A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \leq_{\text{prod}}$ |
| 20. $[(3, 2), (5, 2)], A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \leq_{\text{lex}}$ | 26. $[(-1, 2), (3, 5)], A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, \leq_{\text{prod}}$ |