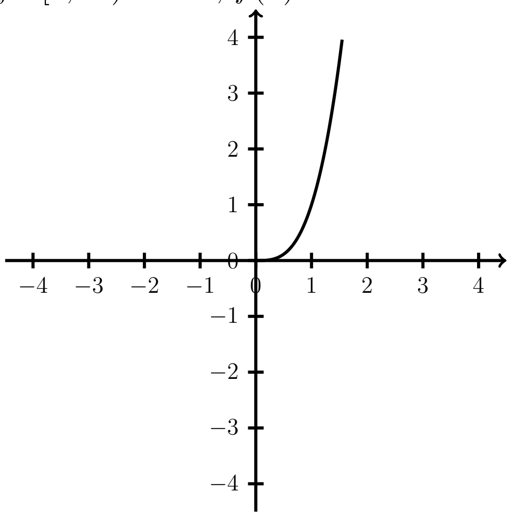
Funkcja potęgowa,
zależność dziedziny i kształtu od wykładnika
przykładowe wykresy

Funkcja potęgowa jest to funkcja postaci $f(x) = x^a$, gdzie ustalony jest wykładnik a, zmienną jest podstawa. Funkcja ta jest zawsze zdefiniowana dla $x \in (0, \infty)$.

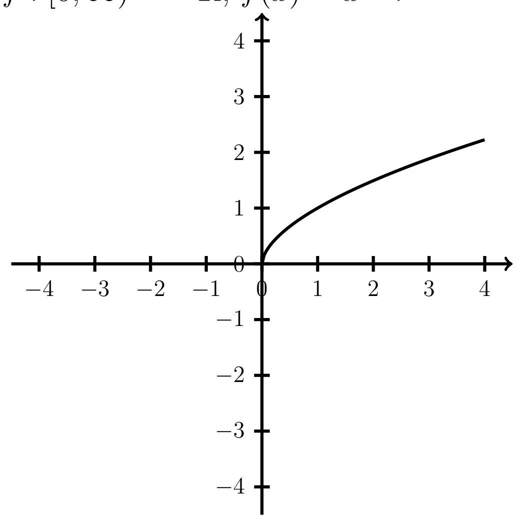
Poniżej opisane są funkcje potęgowe dla różnych wartości wykładnika a – jak zmienia się dziedzina oraz kształt wykresu.

dla $a \in (0, \infty) \setminus \mathbb{Q}$ dziedziną jest $[0, \infty)$. Przykłady:

$f : [0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\pi}$:

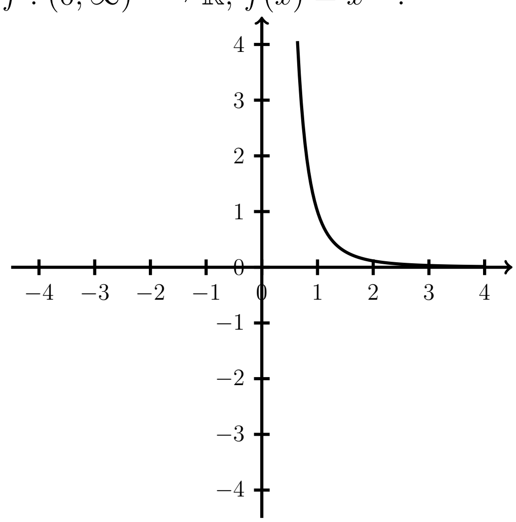


$f : [0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$:

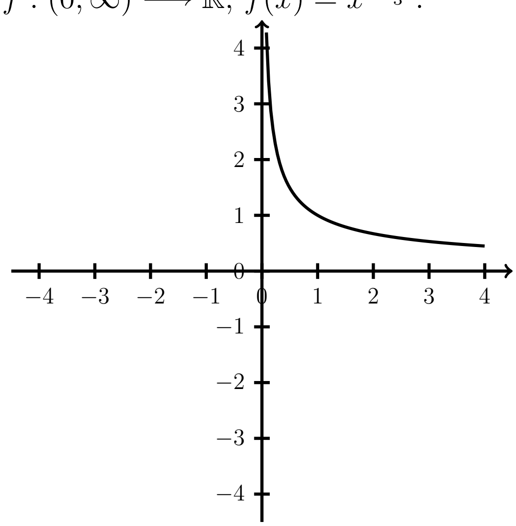


dla $a \in (-\infty, 0) \setminus \mathbb{Q}$ dziedziną jest $(0, \infty)$. Przykłady:

$f : (0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{-\pi}$:



$f : (0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^{-\frac{\sqrt{3}}{3}}$:



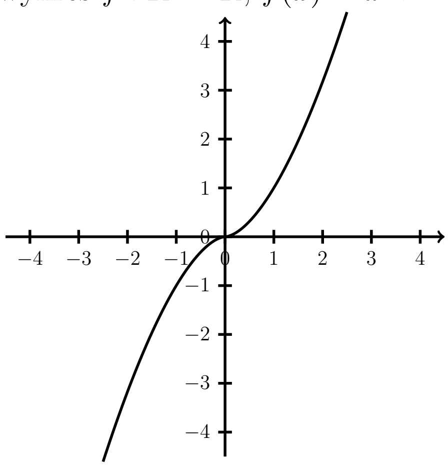
dla $a = \frac{n}{m} \in \mathbb{Q}$, gdzie liczby m i n są względnie pierwsze:
jeśli m jest parzyste, dla $a > 0$ dziedziną jest $[0, \infty)$,
dla $a < 0$ dziedziną jest $(0, \infty)$.
jeśli m jest nieparzyste, dla $a \geqslant 0$ dziedziną jest $\mathbb{R}$,
dla $a < 0$ dziedziną jest $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Przykłady:

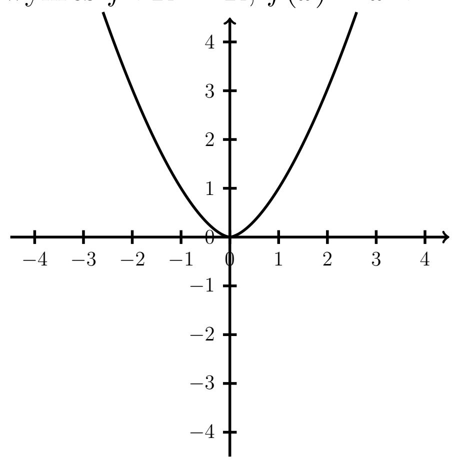
dla $a > 1$

zwracamy uwagę na wygięcie wykresu, parzystość/nieparzystość i dziedzinę.

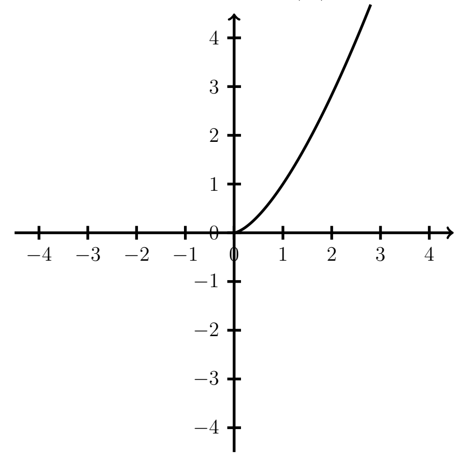
n i m nieparzyste,
wykres $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{5}{3}}$:



n parzyste, m nieparzyste,
wykres $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{8}{5}}$:

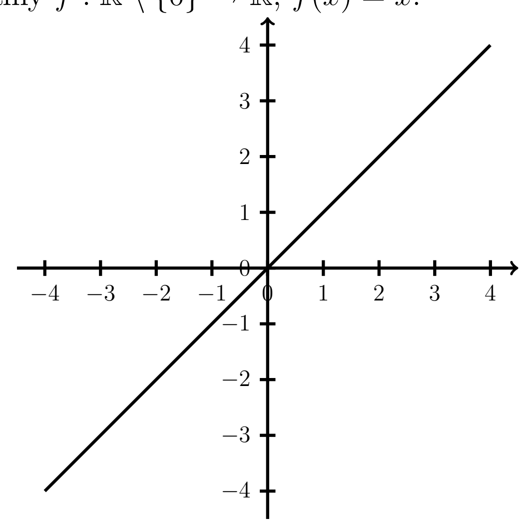


n nieparzyste, m parzyste,
wykres $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$:



dla $a = 1$

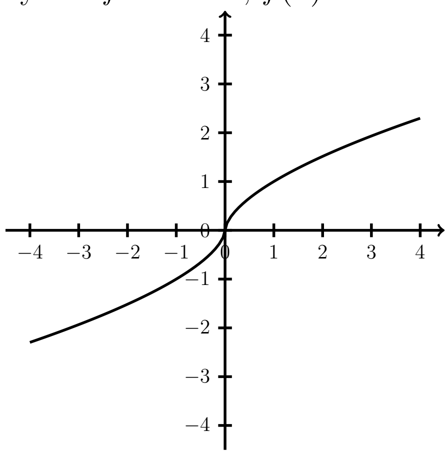
mamy $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x$:



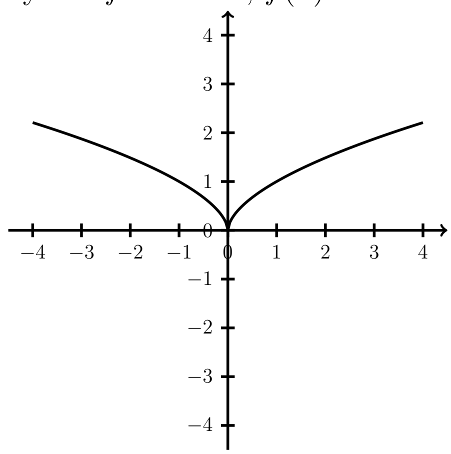
dla $0 < a < 1$

zwracamy uwagę na wygięcie wykresu, parzystość/nieparzystość i dziedzinę.

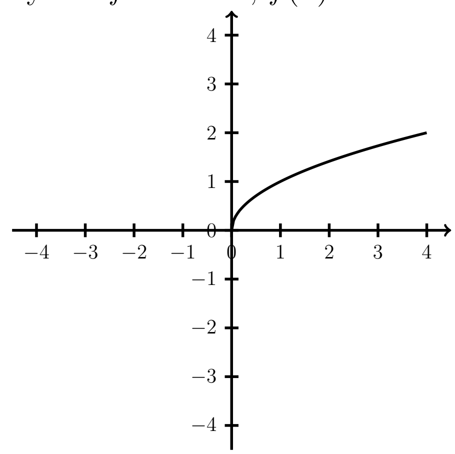
n i m nieparzyste,
wykres $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{3}{5}}$:



n parzyste, m nieparzyste,
wykres $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{4}{7}}$:

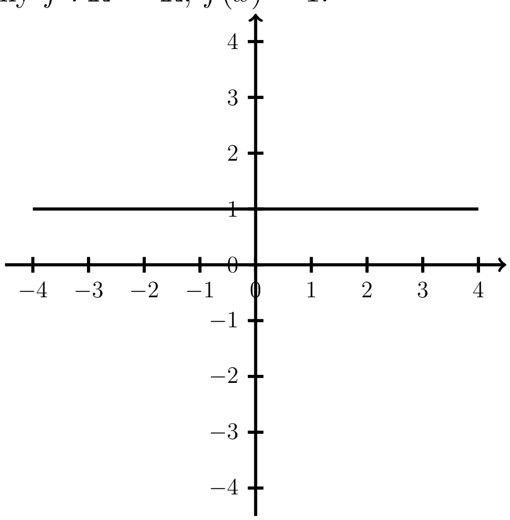


n nieparzyste, m parzyste,
wykres $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$:



dla $a = 0$

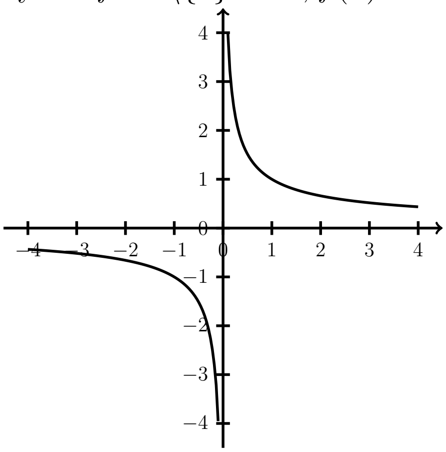
mamy $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 1$:



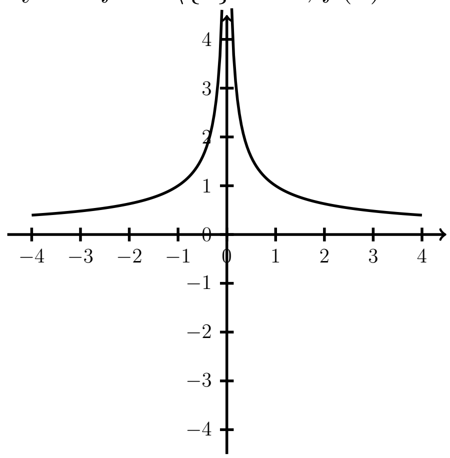
dla $-1 < a < 0$

zwracamy uwagę na to jak wykres zbiega do osi pionowej/poziomej, parzystość/nieparzystość i dziedzinę.

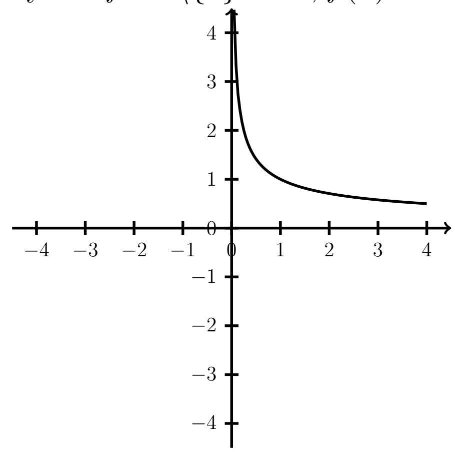
n i m nieparzyste,
wykres $f: \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{-\frac{3}{5}}$:



n parzyste, m nieparzyste,
wykres $f: \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{-\frac{2}{3}}$:

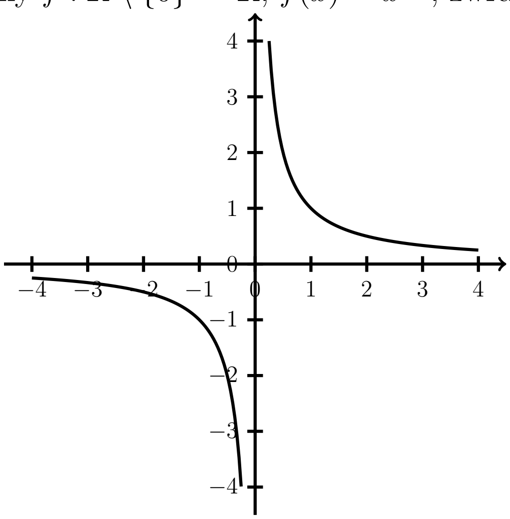


n nieparzyste, m parzyste,
wykres $f: \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$:



dla $a = -1$

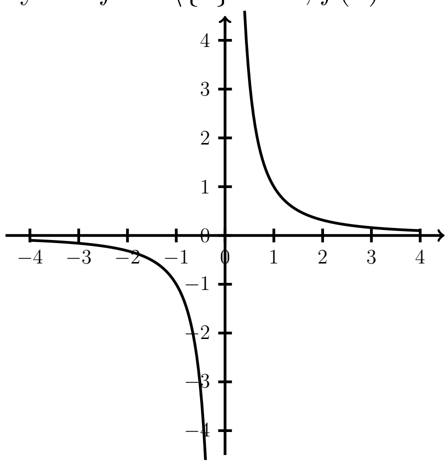
mamy $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{-1}$, zwracamy uwagę na symetrię wykresu:



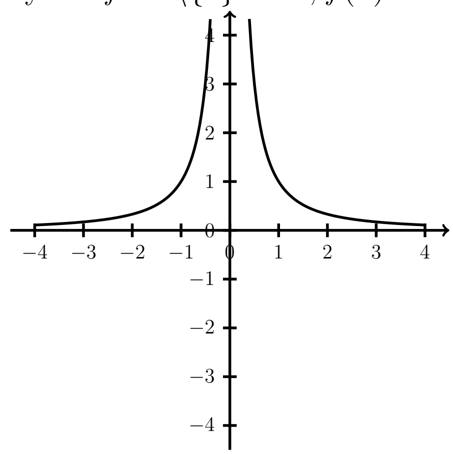
dla $a < -1$

zwracamy uwagę na to jak wykres zbiega do osi pionowej/poziomej, parzystość/nieparzystość i dziedzinę.

n i m nieparzyste,
wykres $f : \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{-\frac{5}{3}}$:



n parzyste, m nieparzyste,
wykres $f : \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{-\frac{8}{5}}$:



n nieparzyste, m parzyste,
wykres $f : \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{-\frac{3}{2}}$: