

Zadania ze Wstępu do Matematyki; Zestaw 10

Proszę podać przykłady formuł zdaniowych φ , takich by spełnione były równości:

Oznaczamy: $B = \{0, 1\} = \{\text{Fałsz}, \text{Prawda}\}$.

1. $\{x \in B \mid \varphi(x)\} = \{0\}$
2. $\{x \in B \mid \varphi(x)\} = \{1\}$
3. $\{x \in B \mid \varphi(x)\} = \{0, 1\} = B$
4. $\{x \in B \mid \varphi(x)\} = \emptyset$
5. $\{(x, y) \in B^2 \mid \varphi(x, y)\} = \{(0, 0), (1, 1)\}$
6. $\{(x, y) \in B^2 \mid \varphi(x, y)\} = \{(1, 0)\}$
7. $\{(x, y, z) \in B^3 \mid \varphi(x, y, z)\} = \{(1, 1, 0)\}$
8. $\{(x, y) \in B^2 \mid \varphi(x, y)\} = \{(0, 0), (1, 0), (0, 1)\}$
9. $\{(x, y, z) \in B^3 \mid \varphi(x, y, z)\} = \{(0, 0, 1), (1, 1, 0)\}$
10. $\{(x, y, z) \in B^3 \mid \varphi(x, y, z)\} = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$

Proszę „schować” negacje pod odpowiednimi nierównościami. Nie interesuje nas prawdziwość ani fałszywość wyrażeń:

- | | | |
|--|--|---|
| 11. $\neg \forall x x > 3$ | 14. $\neg \exists x \forall y x \geq 5 \wedge x < y$ | 17. $\neg \exists x \exists y \forall z x = y \wedge y < z$ |
| 12. $\neg \exists x x \geq 3$ | 15. $\neg \forall x \exists y \forall z x > z \vee y \geq z$ | 18. $\neg \forall x \forall y \exists z x = z \vee z > y$ |
| 13. $\neg \forall x \exists y x > 3 \vee y \leq x$ | 16. $\neg \exists x \forall y \exists z x \geq z \wedge z < y$ | 19. $\neg \forall x \forall y \forall z x = z \wedge z = y$ |

W miejsce \square wstawić \Rightarrow lub \Leftarrow lub \iff tak by otrzymane wyrażenie było prawdziwe dla każdej formuły φ .

- | | |
|---|---|
| 20. $\forall x \forall y \varphi(x, y) \square \forall y \forall x \varphi(x, y)$ | 24. $\exists x \varphi(x) \wedge \psi(x) \square \exists x \varphi(x) \wedge \exists y \psi(y)$ |
| 21. $\exists x \exists y \varphi(x, y) \square \exists y \exists x \varphi(x, y)$ | 25. $\forall x \varphi(x) \wedge \psi(x) \square \forall x \varphi(x) \wedge \forall y \psi(y)$ |
| 22. $\exists x \forall y \varphi(x, y) \square \forall y \exists x \varphi(x, y)$ | 26. $\forall x \varphi(x) \vee \psi(x) \square \forall x \varphi(x) \vee \forall y \psi(y)$ |
| 23. $\exists x \varphi(x) \vee \psi(x) \square \exists x \varphi(x) \vee \exists y \psi(y)$ | |

W następujących wyrażeniach różne zmienne związane zastąpić różnymi symbolami ze zbioru $\{a, b, c, d, e, f, g\}$. Nazwy zmiennych wolnych pozostawić bez zmian:

- | | |
|---|--|
| 27. $x > y \vee \forall x x > y$ | 30. $x = z \vee (\exists x x > y) \vee (\forall x x < y) \wedge (\forall x \exists z x + y < z)$ |
| 28. $x < y \wedge y < z \wedge \exists y \forall z y < x + z$ | 31. $xy < z \vee (\exists x (x > z \vee (\forall x x < y)))$ |
| 29. $x > z \vee (\forall x x > y) \vee (\exists x x < y)$ | 32. $zx > y \vee (\forall x (x > 1 \vee (\exists x x < z) \vee (\exists x x > y)))$ |