

Zadania ze Wstępu do Matematyki; Zestaw 9

Uprościć następujące wyrażenia:

$$1. \frac{a^5 b^7}{(ab)^3}$$

$$5. a^{\frac{2}{5}} (ab)^{\frac{7}{5}} b^{-\frac{13}{5}}$$

$$9. \log_{2+\sqrt{3}} 1$$

$$15. \log_3 5 \log_5 7 \log_7 3$$

$$2. \frac{a^5 + b^7}{(ab)^3}$$

$$6. \frac{a^{\frac{3}{2}} (ab)^{\frac{5}{3}}}{(ab)^{\frac{5}{2}} b^{\frac{4}{3}}}$$

$$10. \log_3 27\sqrt{3}$$

$$16. \log_{\sqrt{7}} 1$$

$$3. \frac{(ab)^3}{a^5 + b^7}$$

$$7. \left(\frac{a^3 (a^{-2} b^4)^{\frac{3}{4}}}{(a^{-3} b^{-2})^{\frac{1}{2}} b^2} \right)^3$$

$$11. \log_5 25 \sqrt[3]{25}$$

$$17. 3^{\log_9 13}$$

$$4. \sqrt{6} \sqrt{3} \sqrt{2}$$

$$8. \left(\frac{a^2 (a^5 b^2)^{\frac{1}{2}}}{(c^3 b^2)^{\frac{1}{2}} b^2} \right)^4$$

$$12. \log_8 4 \sqrt[5]{16}$$

$$18. 4^{\log_2 15}$$

$$13. \log_5 3 \log_3 5$$

$$19. 3^{\log_7 2} - 2^{\log_7 3}$$

$$14. \log_9 25 \log_{125} 81$$

$$20. 5^{\log_3 7} - 7^{\log_3 5}$$

Proszę rozwiązać równania:

$$21. \frac{10^x + 10^{-x}}{10^x - 10^{-x}} = 5$$

$$24. 2^{3x} \cdot 7^{x-2} = 4^{x+1}$$

$$22. 11^{x-7} = 17^{7-x}$$

$$25. 6^{2x+4} = 3^{3x} \cdot 2^{x+8}$$

$$23. 8^{x-3} = 9^{x-3}$$

$$26. x^{\log x} = 100x$$

$$27. \log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$$

Proszę rozwiązać nierówności:

$$28. 3^{x+1} + 3^{2-x} > 28$$

$$30. \log_2(x-3) + \log_2(x-4) > 1$$

$$29. 2^x - 3 \cdot 2^{3-x} < 5$$

$$31. \log_3(x+4) - \log_3(x+3) < -1$$

Proszę sprawdzić metodą zero-jedynkową czy następujące formuły logiczne są tautologiami:

$$32. x \vee \neg x$$

$$41. (\neg x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y) \vee (x \wedge y)$$

$$33. x \wedge \neg x$$

$$42. (x \iff y) \iff (\neg x \iff \neg y)$$

$$34. (x \Rightarrow y) \iff (y \Rightarrow x)$$

$$43. (x \iff \neg y) \iff (\neg x \iff y)$$

$$35. (x \Rightarrow y) \iff (\neg y \Rightarrow \neg x)$$

$$44. \neg x \iff (y \Rightarrow x)$$

$$36. (x \Rightarrow y) \iff (\neg y \Rightarrow x)$$

$$45. x \Rightarrow (x \vee y)$$

$$37. (x \Rightarrow y) \iff (y \Rightarrow \neg x)$$

$$46. x \Rightarrow (x \wedge y)$$

$$38. (x \Rightarrow y) \iff (\neg x \vee y)$$

$$47. (x \vee y) \Rightarrow x$$

$$39. (x \Rightarrow y) \iff \neg(x \wedge \neg y)$$

$$48. (x \wedge y) \Rightarrow x$$

$$40. \neg x \vee \neg y \vee (x \wedge y)$$

$$49. ((x \Rightarrow y) \vee (y \Rightarrow z)) \Rightarrow (x \Rightarrow z)$$