

## Zadania z analizy matematycznej; Semestr II Zestaw A7

Proszę znaleźć średnią wartość funkcji

1.  $f(x, y) = x + 6y$  na obszarze ograniczonym krzywymi  $y = x$ ,  $y = 5x$ ,  $x = 1$
2.  $f(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$  w kole  $x^2 + y^2 \leq R^2$
3.  $f(x, y) = 12 - 2x - 3y$  na obszarze ograniczonym krzywymi  $12 - 2x - 3y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$

Proszę znaleźć współrzędne środka ciężkości

4. jednorodnego półkola o promieniu  $R$ .
5. jednorodnego półpierszcienia  $a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2$ ,  $y \geq 0$
6. płyty  $0 \leq x \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq 2$ , o gęstości  $\rho(x, y) = x$
7. płyty  $D = [0, 1] \times [0, 2]$  o gęstości  $\rho(x, y) = 1 + x$
8. płyty  $D = [0, 1] \times [0, 1]$  o gęstości  $\rho(x, y) = x + y$

Przy pomocy rachunku całkowego proszę znaleźć objętość brył:

9.  $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$
10.  $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq x\}$

Proszę obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami

9.  $z = 1 + x + y$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $x + y = 1$
10.  $x + y + z = 10$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$
11.  $y = x^2$ ,  $z = x^2 + y^2$ ,  $y = 1$ ,  $z = 0$
12. bryły opisanej warunkami:  $0 \leq z \leq x^2 + y^2 \leq R^2$
13. Osie dwóch walców o wspólnym promieniu  $R$  przecinają się pod kątem prostym. Proszę znaleźć objętość części wspólnej.