

Zadania z analizy matematycznej; Semestr II Zestaw A1

Proszę znaleźć długość łuku wykresów następujących funkcji:

1. $f(x) = \sqrt{x^3}$, $x \in [0, 1]$
2. $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, $x \in [-1, 1]$
3. $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$, $x \in [-\ln 2, \ln 2]$
4. $f(x) = \ln(1-x^2)$, $x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

Proszę znaleźć długości następujących łuków:

1. $h(t) = (t^2, t - \frac{1}{3}t^3)$, $t \in [0, 2]$
2. $h(t) = (r(\cos t + t \sin t), r(\sin t + t \cos t))$,
 $t \in [1, 3]$
3. $h(t) = (2t, t^2, \frac{1}{3}t^3)$, $t \in [0, 3]$
4. $h(t) = (t, \frac{2\sqrt{2}}{3}t\sqrt{t}, \frac{1}{2}t^2)$, $t \in [0, 2]$
5. $h(t) = (\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}, \frac{\sqrt{2}}{2}t^2, \frac{2}{5}t^{\frac{5}{2}} + 1)$, $t \in [0, 2]$

Proszę obliczyć środki ciężkości obszarów ograniczonych krzywymi:

1. $y = x^2$, $y = 1$
2. $y = 4 - x^2$, $y = 0$
3. $y = 0$, $x = 0$, $y = 3 - x$
4. $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{2}x$
5. $y = \sqrt{R^2 - x^2}$, $y = 0$, $x \geq 0$
6. $y = \sin x$, $y = 0$, $x \in [0, \pi]$