

## Zadania ze Wstępu do Matematyki; Zestaw 11i12i?

Proszę wypisać elementy zbiorów potęgowych następujących zbiorów:

1.  $A = \{a, b\}$

2.  $B = \{1, 2, 5\}$

3. Proszę wskazać podzbiór zbioru  $A = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ , o funkcji charakterystycznej opisanej poniżej:

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0

Proszę opisać funkcje charakterystyczne podzbiorów:

4.  $\{1, 3, 6, 9, 11\} \subseteq \{1, 2, 3, \dots, 12\}$

5.  $\{a, d, e, f, i, k\} \subseteq \{a, b, c, \dots, m\}$

6. W parku przebywa 60 osób. 37 nie ma rękawiczek a 32 ma czapkę. Ile osób nie ma ani rękawiczek ani czapki jeśli 7 osób ma zarówno rękawiczki jak i czapkę.

7. W pewnej grupie składającej się ze 150 osób 45 regularnie pływa, 40 jeździ na rowerze, a 50 uprawia jogging. Ponadto 32 osoby, które uprawiają jogging nie jeżdżą na rowerze, 27 uprawia jogging i pływa, a 10 uprawia wszystkie sporty.

(a) Ile osób uprawia jogging, ale nie pływa i nie jeździ na rowerze,

(b) Jeśli wiadomo przy tym, że 21 jeździ na rowerze i pływa, to ile nie uprawia żadnego z tych sportów?

8. W pewnej szkole, pod choinką 35 dzieci znalazło misia, 45 słodycze a 54 klocki. 22 dzieci znalazło misia ale nie słodycze a 20 tylko klocki. Ile dzieci dostało tylko misia jeśli 22 dzieci dostało klocki i słodycze.

9. W pewnej szkole, pod choinką 50 dzieci znalazło misia, 50 słodycze a 45 klocki. 22 dzieci znalazło klocki ale nie misia a 19 tylko słodycze. Ile dzieci dostało tylko klocki jeśli 17 dzieci dostało misie i słodycze.

Proszę wypisać elementy złożenia relacji:  $P = \{(1, 3), (2, 4), (1, 5), (3, 5), (5, 5), (5, 1)\}$ ,  
 $R = \{(2, 3), (2, 5), (4, 1), (5, 1), (6, 3)\}$

10.  $PR$

13.  $RP^{-1}$

16.  $RR$

11.  $RP$

14.  $P^{-1}R^{-1}$

17.  $PRP$

12.  $PR^{-1}$

15.  $PP$

18.  $RPR$

Sprawdzić, które z następujących relacji są relacjami równoważności na zbiorze  $A$ , wskazać klasy równoważności:

19.  $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff a^2 = b^2$

23.  $A = \mathbb{Z}, a \sim b \iff a|b$

20.  $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff a^2 = b^3$

24.  $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff a \neq b$

21.  $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff \exists_{k \in \mathbb{Z}} a - b = k\pi$

25.  $A = \mathbb{R} \setminus \{0\}, a \sim b \iff ab > 0$

22.  $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff \exists_{k \in \mathbb{Z}} a - b = 2k\pi$

26.  $A = \mathbb{R}, a \sim b \iff \exists_{k \in \mathbb{Z}} a - b = 5$

Proszę naszkicować diagramy Hassego zbiorów  $A$ . Wskazać elementy minimalne i maksymalne zbiorów  $A$  oraz ograniczenia i kresy zbiorów  $S$ :

27.  $A = \{1, 2, \dots, 20\}, a \leq b \iff a|b, S = \{4, 5, 10\}$

28.  $A = \{1, 2, \dots, 20\}, a \leq b \iff a|b, S = \{4, 6, 10, 12\}$

29.  $A = \{1, 2, \dots, 20\}, a \leq b \iff a|b, S = \{6, 9\}$

30.  $A = \mathcal{P}(\{1, 2, 3\})$ ,  $a \leq b \iff a \subseteq b$ ,  $S = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$

31.  $A = \mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4\})$ ,  $a \leq b \iff a \subseteq b$ ,  $S = \{\{3\}, \{1, 3\}, \{3, 4\}\}$

32. Proszę podać przykład zbioru częściowo uporządkowanego, który ma 3 elementy minimalne i 5 elementów maksymalnych.

Proszę naszkicować następujące przedziały w częściowych porządkach  $A$ :

Uwaga:  $(a, b) \leq_{\text{lex}} (c, d)$  jeśli  $a < c$  lub  $a = c$  i  $b \leq d$ . Oraz  $(a, b) \leq_{\text{prod}} (c, d)$  jeśli  $a \leq c$  i  $b \leq d$ .

33.  $[3, 9]$ ,  $A = \mathbb{R}$ ,  $\leq$

39.  $((2, 2), (5, 5))$ ,  $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ,  $\leq_{\text{lex}}$

34.  $[3, 9]$ ,  $A = \mathbb{Z}$ ,  $\leq$

40.  $[(-1, 2), (3, -5)]$ ,  $A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ,  $\leq_{\text{lex}}$

35.  $[3, 30]$ ,  $A = \mathbb{Z}$ ,  $a \leq b \iff a|b$

41.  $[(2, 3), (2, 5)]$ ,  $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ,  $\leq_{\text{prod}}$

36.  $(5, 40)$ ,  $A = \mathbb{Z}$ ,  $a \leq b \iff a|b$

42.  $[(3, 7), (5, 9)]$ ,  $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ,  $\leq_{\text{prod}}$

37.  $[(2, 3), (2, 5)]$ ,  $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ,  $\leq_{\text{lex}}$

43.  $((2, 5), (5, 5))$ ,  $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ,  $\leq_{\text{prod}}$

38.  $[(3, 2), (5, 2)]$ ,  $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ,  $\leq_{\text{lex}}$

44.  $[(-1, 2), (3, 5)]$ ,  $A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ,  $\leq_{\text{prod}}$