

Zadania z analizy matematycznej; Zestaw A7

Proszę znaleźć następujące całki:

Proste całki:

1. $\int x^3 + x^2 dx$
2. $\int 3x^5 dx$
3. $\int 5x^2 + \frac{7}{x^2} dx$
4. $\int 4x\sqrt{x} + 2x^3 dx$
5. $\int 2x^2 + \frac{3\sqrt[3]{x}}{x^2} dx$
6. $\int 7x^2\sqrt{x} - \frac{3x\sqrt[4]{x}}{x^2} dx$
7. $\int \frac{2x + 5x^3}{x^2} dx$
8. $\int \frac{3\sqrt{x} - 7x^5}{x^2} dx$
9. $\int \frac{(x+2)^2}{x} dx$
10. $\int \frac{(x-3)^2}{x^2} dx$
11. $\int \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2} dx$
12. $\int 5 \sin x - 3 \cos x dx$
13. $\int 4e^x - 5 \cdot 2^x dx$
14. $\int 5 \cdot 2^{x+1} dx$
15. $\int 3 \cdot 5^{2x-1} dx$
16. $\int \frac{5}{x^2+1} dx$
17. $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx$

$$18. \int \frac{3x^2 - 2}{x^2 + 1} dx$$

Całki przez podstawienie:

19. $\int \sin(3x+1) dx$
20. $\int \frac{1}{2x-5} dx$
21. $\int \frac{1}{(5x+1)^3} dx$
22. $\int \cos(4x-3) dx$
23. $\int x \sin(x^2+1) dx$
24. $\int x^2 \cos(x^3-2) dx$
25. $\int x^2 \sqrt{2x^3+1} dx$
26. $\int \sqrt{x^4+x^2} dx$
27. $\int \sin x \sin(\cos x) dx$
28. $\int \sin x \cos x dx$
29. $\int \sin^2 x \cos x dx$
30. $\int \sin x \cos^2 x dx$
31. $\int \operatorname{tg} x dx$
32. $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$
33. $\int \frac{\ln x^3}{x} dx$
34. $\int x e^{-x^2} dx$

$$35. \int \frac{x}{x^2+1} dx$$

$$36. \int \frac{x}{x^4+1} dx$$

$$37. \int \frac{x^2}{x^3+1} dx$$

$$38. \int \frac{1}{x^2+2x+2} dx$$

$$39. \int \frac{1}{x^2+3} dx$$

$$40. \int \frac{1}{x^2+2x+3} dx$$

$$41. \int \frac{x}{x^2+1} dx$$

$$42. \int \frac{3x+2}{x^2+1} dx$$

Funkcje wymierne:

$$43. \int \frac{1}{x(x-2)} dx$$

$$44. \int \frac{1}{x^2-1} dx$$

$$45. \int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$$

$$46. \int \frac{1}{x(x^2+1)} dx$$

$$47. \int \frac{x+1}{x(x-2)} dx$$

$$48. \int \frac{x}{x^2-1} dx$$

$$49. \int \frac{x}{(x-1)(x-2)} dx$$

$$50. \int \frac{x^2+1}{x(x-2)} dx$$

$$51. \int \frac{x^2}{x^2-1} dx$$

$$52. \int \frac{x^2}{(x-1)(x-2)} dx$$

$$53. \int \frac{x^2+1}{x(x^2+1)} dx$$

Całki przez części:

$$54. \int x \sin x dx$$

$$55. \int x e^x dx$$

$$56. \int x^2 \cos x dx$$

$$57. \int \ln x dx$$

$$58. \int x \ln x dx$$

$$59. \int \sin^2 x dx$$

$$60. \int \sin x \cos x dx$$

$$61. \int \sin x e^x dx$$

Całki różne:

$$62. \int \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$$

$$63. \int \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$64. \int \sin^3 x dx$$

$$65. \int \sin^4 x dx$$

$$66. \int x^3 e^{x^2} dx$$

$$67. \int x^5 \sin x^3 dx$$

$$68. \int x \sin^2 x dx$$

Proszę obliczyć następujące całki:

1. $\int_0^2 x^3 dx$

7. $\int_3^{11} \sqrt{3x+3} dx$

13. $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin x^2 dx$

2. $\int_{-1}^3 x^2 dx$

8. $\int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^2} dx$

14. $\int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx$

3. $\int_1^e \frac{1}{x} dx$

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x dx$

15. $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$

4. $\int_{-1}^1 \sin x dx$

10. $\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx$

16. $\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$

5. $\int_0^{\ln 2} e^x dx$

11. $\int_0^{2\pi} \cos^2 x dx$

17. $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx$

6. $\int_2^7 \sqrt{x+2} dx$

12. $\int_1^2 x \sqrt{2x^2+1} dx$

18. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$

Proszę obliczyć pola figur ograniczonych następującymi krzywymi:

19. $y = x^2, y = \sqrt{x}$

24. $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$

20. $y = x^2, 2x - y + 3 = 0$

25. $y = x^2 - 3x, y + 3x - 4 = 0$

21. $y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0$

26. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; a > 0, b > 0$

22. $y = 2x - x^2, x + y = 0$

27. $y = \frac{1}{x\sqrt{x}}, x = 0, x = 1, y = 0$

23. $y^2 + 8x = 16, y^2 - 24x = 48$

Proszę znaleźć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX obszaru ograniczonego krzywymi:

1. $y = x^2, y = 0, x = 2$

7. $y = xe^x, y = ex$

2. $y = x^2, y = 2x$

8. $y = 2 - x^2, y = 1$

3. $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$

9. $y = \frac{x}{x^3+2}, y = 0, x = 1$

4. $y = \sqrt{\sin x}, y = 0, x \in [0, \pi]$

10. $y = \cos x, y = 1, x \in [0, 2\pi]$

5. $y = \sin x, y = 0, x \in [0, \pi]$

11. $y = x^2 - 1, y = 3$

6. $y = xe^x, y = 0, x = 1$

12. $4x^2 + 9y^2 = 100$

Proszę znaleźć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OY obszaru ograniczonego krzywymi:

13. $y = x^2, y = 0, x = 2$

14. $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$

15. $y = x^2, y = 2x$

16. $y = \sin x, y = 0, x \in [0, \pi]$

17. $y = xe^x, y = 0, x = 1$

18. $y = xe^x, y = ex$

19. $y = \sqrt{x^2 + 1}, y = 1, x = 1$

20. $y = \ln x, y = -\ln x, x = 2$

21. $y = 2 - x^2, y = 1$

22. $y = \frac{x}{x^3 + 2}, y = 0, x = 1$

23. $y = \cos x, y = 1, x \in [0, 2\pi]$

24. $y = x^2 - 1, y = 3$

25. $4x^2 + 9y^2 = 100$

26. $y = |x| - 3, y = 1$