

Zadania ze Wstępu do Matematyki; Zestaw 9/10

Znaleźć funkcję odwrotną do f , wskazać jej dziedzinę i przeciwdziedzinę.

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 7$

4. $f : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{5\}, f(x) = \frac{5x - 3}{x + 2}$

2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x + 3)^3 - 5$

5. $f : [3, \infty) \rightarrow [-8, \infty), f(x) = x^2 + 6x + 1$

3. $f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{3\}, f(x) = \frac{3x + 5}{3 - x}$

6. $f : (-\infty, 0] \rightarrow [\sqrt{5}, \infty), f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$

Uprościć wyrażenia:

7. $\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 x}$

9. $\cos^2 x \sin x + \sin^3 x$

12. $(1 - \cos x)(1 + \cos x)$

10. $\cos x \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}, x \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$

8. $1 - \frac{1}{\sin^2 x}$

11. $\frac{1}{\cos^2 x} - 1$

13. $\frac{\cos x \sin 2x}{\sin x \cos 2x}$

Obliczyć wartości:

14. $\arcsin(\sin 1)$

19. $\arccos(\cos 4)$

24. $\operatorname{arc\,tg}(\operatorname{tg} 2)$

15. $\arcsin(\sin 2)$

20. $\arccos(\cos 8)$

25. $\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\sin 1}{\sqrt{1 - \sin^2 1}}\right)$

16. $\arcsin(\sin 6)$

21. $\arccos \sqrt{1 - \sin^2 1}$

17. $\arccos(\cos 1)$

22. $\arcsin(\sin(-2))$

18. $\arccos(\cos 2)$

23. $\operatorname{arc\,tg}(\operatorname{tg} 1)$

26. $\sin(\arcsin \frac{3}{4})$

Znaleźć wszystkie rozwiązania równań:

27. $\cos(3x - 2) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

28. $\sin(1 - 5x) = \frac{3}{7}$

29. $\operatorname{tg}(2x + 5) = -\sqrt{3}$

30. $\operatorname{ctg}(2x + 7) = 5$

Uprościć następujące wyrażenia:

31. $\frac{a^5 b^7}{(ab)^3}$

35. $a^{\frac{2}{5}}(ab)^{\frac{7}{5}}b^{-\frac{13}{5}}$

38. $\left(\frac{a^2(a^5 b^2)^{\frac{1}{2}}}{(c^3 b^2)^{\frac{1}{2}} b^2}\right)^4$

43. $\log_9 25 \log_{125} 81$

32. $\frac{a^5 + b^7}{(ab)^3}$

36. $\frac{a^{\frac{3}{2}}(ab)^{\frac{5}{3}}}{(ab)^{\frac{5}{2}}b^{\frac{4}{3}}}$

39. $\log_3 27\sqrt{3}$

44. $\log_{\sqrt{7}} 1$

45. $3^{\log_9 13}$

33. $\frac{(ab)^3}{a^5 + b^7}$

40. $\log_5 25\sqrt[3]{25}$

46. $4^{\log_2 15}$

34. $\sqrt{6}\sqrt{3}\sqrt{2}$

37. $\left(\frac{a^3(a^{-2}b^4)^{\frac{3}{4}}}{(a^{-3}b^{-2})^{\frac{1}{2}}b^2}\right)^3$

41. $\log_8 4\sqrt[5]{16}$

47. $3^{\log_7 2} - 2^{\log_7 3}$

42. $\log_5 3 \log_3 5$

48. $5^{\log_3 7} - 7^{\log_3 5}$

Rozwiązać nierówności:

49. $3^{x+1} + 3^{2-x} > 28$

51. $\log_2(x - 3) + \log_2(x - 4) > 1$

50. $2^x - 3 \cdot 2^{3-x} < 5$

52. $\log_3(x + 4) - \log_3(x + 3) < -1$