

## Zadania ze Wstępu do Matematyki;      Zestaw 3

Proszę wykonać podane działania we wskazanym zbiorze reszt:

1.  $9 + 5$  w  $\mathbb{Z}_{11}$
2.  $17 + 13$  w  $\mathbb{Z}_{19}$
3.  $5 - 11$  w  $\mathbb{Z}_{19}$
4.  $33 - 175$  w  $\mathbb{Z}_{182}$
5.  $256 + 172$  w  $\mathbb{Z}_{277}$
6.  $123 - 752$  w  $\mathbb{Z}_{777}$
7.  $6 \cdot 7$  w  $\mathbb{Z}_{13}$
8.  $13 \cdot 17$  w  $\mathbb{Z}_{23}$
9.  $37 \cdot 46$  w  $\mathbb{Z}_{47}$  (jak najprościej uzyskać wynik?)
10.  $234 \cdot 583$  w  $\mathbb{Z}_{584}$
11.  $1234 \cdot 3254$  w  $\mathbb{Z}_{3255}$
12.  $24 \cdot 21$  w  $\mathbb{Z}_{42}$
13.  $43 \cdot 53$  w  $\mathbb{Z}_{123}$
14.  $70 \cdot 121$  w  $\mathbb{Z}$
15.  $\frac{3}{5}$  w  $\mathbb{Z}_7$
16.  $\frac{4}{3}$  w  $\mathbb{Z}_{11}$
17.  $\frac{5}{7}$  w  $\mathbb{Z}_9$
18.  $\frac{7}{3}$  w  $\mathbb{Z}_9$  (czy to działanie jest wykonalne?)
19.  $\frac{8}{5}$  w  $\mathbb{Z}_{16}$
20.  $\frac{3}{46}$  w  $\mathbb{Z}_{47}$
21.  $\frac{10}{53}$  w  $\mathbb{Z}_{54}$
22.  $\frac{17}{127}$  w  $\mathbb{Z}_{128}$
23.  $\frac{34}{45}$  w  $\mathbb{Z}_{47}$

24.  $\frac{38}{55}$  w  $\mathbb{Z}_{57}$

Proszę wykonać podane działania we wskazanym zbiorze reszt:

25.  $(1 + x + x^5 + x^7) + (x + x^7 + x^8)$   
w  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^9$
26.  $(1 + x + x^3 + x^6) - (x + x^4 + x^5)$   
w  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x^2 + x^4 + x^7$
27.  $(1 + x)x$   
w  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x^2$
28.  $(1 + x^2)(1 + x)$   
w  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x^2 + x^3$
29.  $(1 + x^3)(1 + x + x^2)$   
w  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x + x^4$
30.  $\frac{x}{1 + x}$   
w  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x + x^2$
31.  $\frac{1 + x}{x^2}$   
w  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x + x^3$
32.  $\frac{x^2}{1 + x^2}$   
w  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x^2 + x^3$
33.  $\frac{x}{1 + x + x^3}$   
w  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x^3 + x^4$

Proszę znaleźć wszystkie dzielniki zera i elementy odwracalne w następujących zbiorach reszt:

34.  $\mathbb{Z}_{15}$
35.  $\mathbb{Z}_7$
36.  $\mathbb{Z}_{11}$
37.  $\mathbb{Z}_9$
38.  $\mathbb{F}_2[x]/x^3$
39.  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x + x^3$
40.  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x + x^2 + x^3$
41.  $\mathbb{F}_2[x]/1 + x^2 + x^3$

Zadania dodatkowe, dla dociekliwych:

Proszę wskazać, dlaczego następujące równania nie mają rozwiązań w liczbach całkowitych:

$$42. x^2 + 3y + 1 = 0 \quad 43. x^2 + 5y + 3 = 0 \quad 44. x^2 + y^2 + 4z + 1 = 0 \quad 45. x^2 + x + 7y + 3 = 0$$

Proszę rozwiązać następujące równania:

$$46. x^2 + 4x + 1 = 0 \text{ w } \mathbb{Z}_{11} \quad 47. x^2 + x + 3 = 0 \text{ w } \mathbb{Z}_5 \quad 48. x^2 + x + 1 = 0 \text{ w } \mathbb{Z}_7$$

Proszę obliczyć następujące wyrażenia:

$$49. 2^6 \text{ w } \mathbb{Z}_3 \quad 51. 2^{128} \text{ w } \mathbb{Z}_7 \quad 53. 3^{1000} \text{ w } \mathbb{Z}_7$$
$$50. 2^{128} \text{ w } \mathbb{Z}_3 \quad 52. 2^{128} \text{ w } \mathbb{Z}_{15} \quad 54. x^{1000} \text{ w } \mathbb{F}_2[x]/1 + x + x^2$$