Zadania ze Wstępu do Matematyki; Zestaw 13

Proszę wypisać elementy zbiorów potęgowych następujących zbiorów:

1. $A = \{a, b\}$
2. $B = \{1, 2, 5\}$

3. Proszę wskazać podzbiór zbioru $A = \{1, 2, 3, \ldots, 12\}$, o funkcji charakterystycznej opisanej poniżej:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$f(x)$	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0

Proszę opisać funkcje charakterystyczne podzbiorów:

4. $\{1, 3, 6, 9, 11\} \subseteq \{1, 2, 3, \ldots, 12\}$
5. $\{a, d, e, f, i, k\} \subseteq \{a, b, c, \ldots, m\}$

6. W parku przebywa 60 osób. 37 nie ma rękawiczek a 32 ma czapkę. Ile osób nie ma ani rękawiczek ani czapki jeśli 7 osób ma zarówno rękawiczki jak i czapkę.
7. W pewnej grupie składającej się ze 150 osób 45 regularnie pływa, 40 jeździ na rowerze, a 50 uprawia jogging. Ponadto 32 osoby, które uprawiają jogging nie jeżdżą na rowerze, 27 uprawia jogging i pływa, a 10 uprawia wszystkie sporty.

(a) Ile osób uprawia jogging, ale nie pływa i nie jeździ na rowerze,

(b) Jeśli wiadomo przy tym, że 21 jeździ na rowerze i pływa, to ile nie uprawia żadnego z tych sportów?

Proszę wypisać elementy złożenia relacji: $P = \{(1, 3), (2, 4), (1, 5), (3, 5), (5, 5), (5, 1)\}$,
$R = \{(2, 3), (2, 5), (4, 1), (5, 1), (6, 3)\}$

8. PR
9. RP
10. PR^{-1}
11. RP^{-1}
12. $P^{-1}R^{-1}$
13. PP
14. RR
15. PRP
16. RPR

Sprawdzić, które z następujących relacji są relacjami równoważności na zbiorze A, wskazać klasy równoważności:

17. $A = \mathbb{R}, \quad a \sim b \iff a^2 = b^2$
18. $A = \mathbb{R}, \quad a \sim b \iff a^2 = b^3$
19. $A = \mathbb{R}, \quad a \sim b \iff \exists_{k \in \mathbb{Z}} a - b = k\pi$
20. $A = \mathbb{R}, \quad a \sim b \iff \exists_{k \in \mathbb{Z}} a - b = 2k\pi$
21. $A = \mathbb{Z}, \quad a \sim b \iff a | b$
22. $A = \mathbb{R}, \quad a \sim b \iff a \neq b$
23. $A = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad a \sim b \iff ab > 0$
24. $A = \mathbb{R}, \quad a \sim b \iff \exists_{k \in \mathbb{Z}} a - b = 5$

Proszę naszkicować diagramy Hassego zbiorów A. Wskazać elementy minimalne i maksymalne zbiorów A oraz ograniczenia i kresy zbiorów S:

25. $A = \{1, 2, \ldots, 20\}, \quad a \leqslant b \iff a | b, \quad S = \{4, 5, 10\}$
26. $A = \{1, 2, \ldots, 20\}, \quad a \leqslant b \iff a | b, \quad S = \{4, 6, 10, 12\}$
27. $A = \{1, 2, \ldots, 20\}, \quad a \leqslant b \iff a | b, \quad S = \{6, 9\}$
28. $A = \mathcal{P}(\{1, 2, 3\}), \quad a \leqslant b \iff a \subseteq b, \quad S = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}\}$
29. $A = \mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4\}), \quad a \leqslant b \iff a \subseteq b, \quad S = \{\{3\}, \{1, 3\}, \{3, 4\}\}$

30. Proszę podać przykład zbioru częściowo uporządkowanego, który ma 3 elementy minimalne i 5 elementów maksymalnych.
Proszę naszkicować następujące przedziały w częściowych porządkach A:
Uwaga: $(a, b) \leqslant_{\text{lex}} (c, d)$ jeśli $a < c$ lub $a = c$ i $b \leqslant d$. Oraz $(a, b) \leqslant_{\text{prod}} (c, d)$ jeśli $a \leqslant c$ i $b \leqslant d$.

31. $[3,9], \quad A=\mathbb{R}, \quad \leqslant$

32. $[3,9], \quad A=\mathbb{Z}, \quad \leqslant$

33. $[3,30], \quad A=\mathbb{Z}, \quad a \leqslant b \iff a|b$

34. $(5,40), \quad A=\mathbb{Z}, \quad a \leqslant b \iff a|b$

35. $[(2,3),(2,5)], \quad A=\mathbb{R}\times\mathbb{R}, \quad \leqslant_{\text{lex}}$

36. $[(3,2),(5,2)], \quad A=\mathbb{R}\times\mathbb{R}, \quad \leqslant_{\text{lex}}$

37. $((2,2),(5,5)), \quad A=\mathbb{R}\times\mathbb{R}, \quad \leqslant_{\text{lex}}$

38. $[(-1,2),(3,-5)], \quad A=\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}, \quad \leqslant_{\text{lex}}$

39. $[(2,3),(2,5)], \quad A=\mathbb{R}\times\mathbb{R}, \quad \leqslant_{\text{prod}}$

40. $[(3,7),(5,9)], \quad A=\mathbb{R}\times\mathbb{R}, \quad \leqslant_{\text{prod}}$

41. $((2,5),(5,5)), \quad A=\mathbb{R}\times\mathbb{R}, \quad \leqslant_{\text{prod}}$

42. $[(-1,2),(3,5)], \quad A=\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}, \quad \leqslant_{\text{prod}}$