

W czasie kolokwium nie wolno korzystać z kalkulatorów ani innych pomocy. Czas trwania kolokwium 45 min.

nr	Zadanie	Uwagi
1	Proszę znaleźć funkcję odwrotną do $f : (-\infty, 3] \rightarrow [-5, \infty)$ , $f(x) = x^2 - 6x + 4$ .	
2	Proszę obliczyć $\arccos(\cos 10)$ .	
3	Proszę znaleźć wszystkie rozwiązania równania $\sin(3x - 2) = \frac{1}{4}$ .	
4	Proszę rozwiązać nierówność $\log_3(x + 4) - \log_3(x + 3) > -1$ .	
5	Które z formuł są tautologiami: $(x \Rightarrow y) \Rightarrow \neg x$ , $(\neg x \vee y) \Leftrightarrow (x \Rightarrow y)$ , $x \Leftrightarrow (\neg y \vee x)$	

nr	Zadanie	Uwagi
6	<p>W miejsce <math>\equiv</math> wstawić <math>\iff</math>, a jeśli się nie da to <math>\Leftarrow</math> lub <math>\Rightarrow</math> tak by uzyskać prawdziwe formuły.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\exists_x \forall_y \varphi(x, y) \equiv \forall_y \exists_x \varphi(x, y)</math></li> <li>2. <math>\exists_x \varphi(x) \vee \psi(x) \equiv \exists_x \varphi(x) \vee \exists_y \psi(y)</math></li> <li>3. <math>\exists_x \varphi(x) \wedge \psi(x) \equiv \exists_x \varphi(x) \wedge \exists_y \psi(y)</math></li> <li>4. <math>\forall_x \varphi(x) \wedge \psi(x) \equiv \forall_x \varphi(x) \wedge \forall_y \psi(y)</math></li> <li>5. <math>\forall_x \varphi(x) \vee \psi(x) \equiv \forall_x \varphi(x) \vee \forall_y \psi(y)</math></li> </ol>	
7	<p>Proszę zapisać bez używania znaku negacji formułę <math>\neg \exists_x \forall_y \exists_z x - y &gt; z</math>.</p>	
8	<p>Proszę wykazać przez indukcję, że dla każdego <math>n \in \mathbb{N}</math> jest <math>1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^n = \frac{1}{2}(3^{n+1} - 1)</math>.</p>	

Rachunki na brudno:

W czasie kolokwium nie wolno korzystać z kalkulatorów ani innych pomocy. Czas trwania kolokwium 45 min.

nr	Zadanie	Uwagi
1	Proszę znaleźć funkcję odwrotną do $f : (-\infty, 5] \rightarrow [-3, \infty)$ , $f(x) = x^2 - 10x + 22$ .	
2	Proszę obliczyć $\arcsin(\sin 10)$ .	
3	Proszę znaleźć wszystkie rozwiązania równania $\cos(2x - 3) = \frac{3}{4}$ .	
4	Proszę rozwiązać nierówność $\log_3(x + 3) - \log_3(x + 2) > -1$ .	
5	Które z formuł są tautologiami: $(x \vee \neg y) \Rightarrow \neg z$ , $x \Rightarrow (x \vee y)$ , $(\neg x \vee y) \iff (x \Rightarrow y)$	

nr	Zadanie	Uwagi
6	<p>W miejsce <math>\equiv</math> wstawić <math>\iff</math>, a jeśli się nie da to <math>\Leftarrow</math> lub <math>\Rightarrow</math> tak by uzyskać prawdziwe formuły.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\exists_x \forall_y \varphi(x, y) \equiv \forall_y \exists_x \varphi(x, y)</math></li> <li>2. <math>\exists_x \varphi(x) \vee \psi(x) \equiv \exists_x \varphi(x) \vee \exists_y \psi(y)</math></li> <li>3. <math>\exists_x \varphi(x) \wedge \psi(x) \equiv \exists_x \varphi(x) \wedge \exists_y \psi(y)</math></li> <li>4. <math>\forall_x \varphi(x) \wedge \psi(x) \equiv \forall_x \varphi(x) \wedge \forall_y \psi(y)</math></li> <li>5. <math>\forall_x \varphi(x) \vee \psi(x) \equiv \forall_x \varphi(x) \vee \forall_y \psi(y)</math></li> </ol>	
7	<p>Proszę zapisać bez używania znaku negacji formułę <math>\neg \forall_x \exists_y \forall_z x \leq y - z</math>.</p>	
8	<p>Proszę wykazać przez indukcję, że dla każdego <math>n \in \mathbb{N}</math> jest <math>1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^n = \frac{1}{4}(5^{n+1} - 1)</math>.</p>	

Rachunki na brudno: