

Zadania z analizy matematycznej; Zestaw 4

Proszę znaleźć jacobian i jego wyznacznik dla następujących funkcji:

1. $f(r, t) = (r \cos t, r \sin t)$
2. $f(r, s, t) = (r \cos s \sin t, r \sin s \sin t, r \cos t)$
3. $f(x, y, z) = (xyz, x^2 + yz, y^2 + x)$
4. $f(r, s, v) = (r \cos t, r \sin t, v)$
5. $f(x, y, z) = (xy^2 \cos z, x^2 \sin y)$
6. $f(x, y) = (x^2 - 3y, 3x + y^2)$
7. $f(x, y) = (\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2})$

Proszę znaleźć proste styczne do krzywych w podanych punktach:

8. $h(t) = (t^2 + 3t, 1 + t^3), \quad h(2)$
9. $h(t) = (\frac{t}{1+t^3}, \frac{t^2}{1+t^3}), \quad h(1)$
10. $h(t) = (2 \cos^3 t, 4 \sin t), \quad h(\frac{\pi}{6})$
11. $h(t) = (3t^2 + 1, 2t - 3, t^3), \quad h(2)$

Proszę znaleźć płaszczyzny styczne do powierzchni w podanych punktach:

12. $p(s, t) = (s^2 \cos t, s^2 \sin t, s), \quad p(2, \frac{\pi}{4})$
13. $p(s, t) = (3t - s^2, st, t^2 + s^2), \quad p(1, 2)$
14. $p(s, t) = (\cos s \sin t, 2 \sin s \sin t, \cos t), \quad p(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6})$
15. $p(s, t) = (e^s + t, 2st, e^t + s), \quad p(0, 1)$

16. Dane są dwie funkcje $f(x, y) = (xy, x)$ oraz $g(x, y) = (x + 2y, 2x - y)$. Proszę znaleźć pochodną złożenia tych funkcji: $D(f \circ g)$. Złożenie funkcji jest zdefiniowane jako: $(f \circ g)(x, y) = f(g(x, y))$