

**Zadania z analizy matematycznej. Zestaw 8**

Proszę obliczyć następujące całki:

- |                              |  |  |
|------------------------------|--|--|
| 1. $\int_0^2 x^3 dx$         | 7. $\int_3^{11} \sqrt{3x+3} dx$              | 13. $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin x^2 dx$    |
| 2. $\int_{-1}^3 x^2 dx$      | 8. $\int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^2} dx$          | 14. $\int_1^{e^2} \frac{\ln x}{x} dx$      |
| 3. $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ | 9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x dx$ | 15. $\int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx$ |
| 4. $\int_{-1}^1 \sin x dx$   | 10. $\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx$              | 16. $\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$     |
| 5. $\int_0^{\ln 2} e^x dx$   | 11. $\int_0^{2\pi} \cos^2 x dx$              | 17. $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx$     |
| 6. $\int_2^7 \sqrt{x+2} dx$  | 12. $\int_1^2 x\sqrt{2x^2+1} dx$             | 18. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$   |

Proszę obliczyć pola figur ograniczonych następującymi krzywymi:

- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| 19. $y = x^2, y = \sqrt{x}$         | 24. $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$                          |
| 20. $y = x^2, 2x - y + 3 = 0$       | 25. $y = x^2 - 3x, y + 3x - 4 = 0$                        |
| 21. $y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0$   | 26. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; a > 0, b > 0$ |
| 22. $y = 2x - x^2, x + y = 0$       | 27. $y = \frac{1}{x\sqrt{x}}, x = 0, x = 1, y = 0$        |
| 23. $y^2 + 8x = 16, y^2 - 24x = 48$ |   |

Proszę znaleźć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX obszaru ograniczonego krzywymi:

- |   |  |
|---|--|
| 1. $y = x^2, y = 0, x = 2$                    | 7. $y = xe^x, y = ex$                    |
| 2. $y = x^2, y = 2x$                          | 8. $y = 2 - x^2, y = 1$                  |
| 3. $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$           | 9. $y = \frac{x}{x^3+2}, y = 0, x = 1$   |
| 4. $y = \sqrt{\sin x}, y = 0, x \in [0, \pi]$ | 10. $y = \cos x, y = 1, x \in [0, 2\pi]$ |
| 5. $y = \sin x, y = 0, x \in [0, \pi]$        | 11. $y = x^2 - 1, y = 3$                 |
| 6. $y = xe^x, y = 0, x = 1$                   | 12. $4x^2 + 9y^2 = 100$                  |

Proszę znaleźć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OY obszaru ograniczonego krzywymi:

13.  $y = x^2, y = 0, x = 2$

14.  $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$

15.  $y = x^2, y = 2x$

16.  $y = \sin x, y = 0, x \in [0, \pi]$

17.  $y = xe^x, y = 0, x = 1$

18.  $y = xe^x, y = ex$

19.  $y = \sqrt{x^2 + 1}, y = 1, x = 1$

20.  $y = \ln x, y = -\ln x, x = 2$

21.  $y = 2 - x^2, y = 1$

22.  $y = \frac{x}{x^3 + 2}, y = 0, x = 1$

23.  $y = \cos x, y = 1, x \in [0, 2\pi]$

24.  $y = x^2 - 1, y = 3$

25.  $4x^2 + 9y^2 = 100$

26.  $y = |x| - 3, y = 1$