

Proszę obliczyć pola figur ograniczonych następującymi krzywymi:

1.  $y = x^2, y = \sqrt{x}$
2.  $y = x^2, 2x - y + 3 = 0$
3.  $y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0$
4.  $y = 2x - x^2, x + y = 0$
5.  $y^2 + 8x = 16, y^2 - 24x = 48$
6.  $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$
7.  $y = x^2 - 3x, y + 3x - 4 = 0$
8.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; a > 0, b > 0$
9.  $y = \frac{1}{x\sqrt{x}}, x = 0, x = 1, y = 0$
10.  $y = \frac{1}{1+x^2}, y = 0$

Proszę znaleźć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX obszaru ograniczonego krzywymi:

1.  $y = x^2, y = 0, x = 2$
2.  $y = x^2, y = 2x$
3.  $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$
4.  $y = \sqrt{\sin x}, y = 0, x \in [0, \pi]$
5.  $y = \sin x, y = 0, x \in [0, \pi]$
6.  $y = xe^x, y = 0, x = 1$
7.  $y = xe^x, y = ex$
8.  $y = 2 - x^2, y = 1$
9.  $y = \frac{x}{x^3+2}, y = 0, x = 1$
10.  $y = \cos x, y = 1, x \in [0, 2\pi]$
11.  $y = x^2 - 1, y = 3$
12.  $4x^2 + 9y^2 = 100$

Proszę znaleźć długość łuku wykresów następujących funkcji:

1.  $f(x) = \sqrt{x^3}, x \in [0, 1]$
2.  $f(x) = \sqrt{1-x^2}, x \in [-1, 1]$
3.  $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), x \in [-\ln 2, \ln 2]$
4.  $f(x) = \ln(1-x^2), x \in [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

Proszę znaleźć długości następujących łuków:

13.  $h(t) = (t^2, t - \frac{1}{3}t^3), t \in [0, 2]$
14.  $h(t) = (r(\cos t + t \sin t), r(\sin t + t \cos t)), t \in [1, 3]$
15.  $h(t) = (2t, t^2, \frac{1}{3}t^3), t \in [0, 3]$
16.  $h(t) = (t, \frac{2\sqrt{2}}{3}t\sqrt{t}, \frac{1}{2}t^2), t \in [0, 2]$
17.  $h(t) = (\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}, \frac{\sqrt{2}}{2}t^2, \frac{2}{5}t^{\frac{5}{2}} + 1), t \in [0, 2]$