
Czas trwania kolokwium: 45 minut. Każde zadanie - 10 pkt.

Nie wolno używać kalkulatorów, tablic ani innych notatek.

Wszelkie pytania należy kierować do osoby prowadzącej kolokwium.

Temat A

Kolokwium 1 z analizy 02.12.2010

Zadanie 1. Proszę wyznaczyć następujące granice:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n+2} \right)^{n+1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+2x} - \sqrt{2+x^2}}{x}$

Zadanie 2. Proszę wykazać, że zbiór $(0, \infty)$ z funkcją $\rho(x, y) = |f(x) - f(y)|$, gdzie $f(x) = \frac{1}{x}$ jest lub nie jest metryką. Jeśli jest należy znaleźć kulę $K(2, 1)$.

Zadanie 3. Proszę wskazać, które z poniższych funkcji są jednostajnie ciągłe na zadanych zbiorach:

a) $f(x) = x^2 + x + 1$ na $(0, \infty)$

b) $f(x) = 2x + 5$ na $(0, \infty)$

Czas trwania kolokwium: 45 minut. Każde zadanie - 10 pkt.

Nie wolno używać kalkulatorów, tablic ani innych notatek.

Wszelkie pytania należy kierować do osoby prowadzącej kolokwium.

Temat B

Kolokwium 1 z analizy 02.12.2010

Zadanie 1. Proszę wyznaczyć następujące granice:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2 \cdot 3^n - 2^n}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x - 2}$

Zadanie 2. Proszę wykazać, że zbiór $[0, \infty)$ z funkcją $\rho(x, y) = |f(x) - f(y)|$, gdzie $f(x) = -x^3$ jest lub nie jest metryką. Jeśli jest należy znaleźć kulę $K(0, 8)$.

Zadanie 3. Proszę wskazać, które z poniższych funkcji są jednostajnie ciągłe na zadanych zbiorach:

a) $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$ na $(0, 2)$

b) $f(x) = \frac{x}{x - 2}$ na $(0, 2)$