

Zadania z analizy matematycznej – granice ciągów i funkcji

Proszę znaleźć granice ciągów:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 17n - 4}{2n^3 - 49n^2 + 117}$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 14n + 99}{7n^2 + 14n + 17}$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{13n^2 - 5n + 11}{5n^3 - 114n - 13}$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 + 5n^4 + 16}{2n^2 - 3n^4 - 16}$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^4 - 3n^5 + 12n^2}{2n^3 + n^5 - 11}$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + 5n + 7n^2}{3 + 2n^2 + n^3}$
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 3)^2(3n - 4)^3}{(2n - 1)^5}$
8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - 1)^3}{(n + 3)(3n - 1)}$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2}$
10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 3n - 2} - \sqrt{n^2 + n + 3}$
11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + 2n + 7} - \sqrt{n^2 - n + 1}$
12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n + 3}$
13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos^2 n + 3}{n^2 - 1}$
14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} - 2}{9^n + 3^n + 7}$
15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2n} + 3}{n\sqrt{3^n + 2^n}}$
16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} - 2}{9^n + 3^n + 7}$
17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} - 2}{9^n + 3^n + 7}$
18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n} - 2}{9^n + 3^n + 7}$
19. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n$
20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+n}{n+2}\right)^n$
21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-3}{2n+1}\right)^n$
22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 - n + 1}{n^2}\right)^{n^2}$

$$24. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+7}\right)^{n+4}$$

Proszę znaleźć granice funkcji (uwaga na punkt, w którym liczona jest granica):

25. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x^2 - 13}{2x^3 + 3x + 7}$
26. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x + 1}{3x - 1}$
27. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 + 3x - 2}$
28. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x^2 - 3x + 2}$
29. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{5x^2 - 3x - 2}$
30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$
31. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 7x}$
32. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x + 1}}{x}$
33. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x + 1}}{x - 1}$
34. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x}$
35. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{3x}$
36. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$
37. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{x+2}\right)^x$
38. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}}$

Proszę zbadać ciągłość następujących funkcji:

39. $f(x) = \frac{1}{x}$ dla $x \neq 0$
40. $f(x) = \frac{1}{x}$ dla $x \neq 0$, $f(0) = 0$
41. $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ dla $x \neq 0$, $f(0) = 1$
42. $f(x) = \frac{x-1}{|x-1|}$ dla $x \neq 1$, $f(1) = 0$
43. $f(x) = |x-1|$ dla $x \neq 0$, $f(0) = 1$