

## Analiza matematyczna, zestaw 7

Proszę obliczyć całki po wskazanym obszarze  $D$ :

1.  $\iint_D \cos(x^2 + y^2) dx dy$ ,  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0\}$
2.  $\iint_D \frac{\ln(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} dx dy$ ,  $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, y \leq 0\}$
3.  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ ,  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$
4.  $\iint_D x^2 + y^2 dx dy$ ,  $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$
5.  $\iint_D (x + 2y) dx dy$ ,  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$
6.  $\iint_D \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy$ ,  $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq e\}$
7.  $\iint_D e^{x^2 + y^2} dx dy$ ,  $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$
8.  $\iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy$ ,  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq R^2\}$
9.  $\iint_D 2 - 3x - 2y dx dy$ ,  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq R^2\}$
10.  $\iint_D \ln x^2 + y^2 dx dy$ ,  $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq e \text{ oraz } x \geq 0\}$

Proszę znaleźć średnią wartość funkcji

11.  $f(x, y) = x + 6y$  na obszarze ograniczonym krzywymi  $y = x$ ,  $y = 5x$ ,  $x = 1$
12.  $f(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$  w kole  $x^2 + y^2 \leq R^2$
13.  $f(x, y) = 12 - 2x - 3y$  na obszarze ograniczonym krzywymi  $12 - 2x - 3y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$

Proszę znaleźć współrzędne środka ciężkości

14. jednorodnego półkola o promieniu  $R$ .
15. jednorodnego półpłaszczyzny  $a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2$ ,  $y \geq 0$
16. płyty  $0 \leq x \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq 2$ , o gęstości  $\rho(x, y) = x$

Przy pomocy rachunku całkowego proszę znaleźć objętość brył:

17.  $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$
18.  $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq x\}$

Proszę obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami

17.  $z = 1 + x + y$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$ ,  $x + y = 1$
18.  $x + y + z = 10$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$
19.  $y = x^2$ ,  $z = x^2 + y^2$ ,  $y = 1$ ,  $z = 0$
20. Osie dwóch walców o wspólnym promieniu  $R$  przecinają się pod kątem prostym. Proszę znaleźć objętość części wspólnej.