

Matematyka – Budownictwo I rok
Zadania do samodzielnego rozwiązania

Seria V

1. Wyznaczyć kresy zbiorów:

a) $A = \{e^{-5x}(2x+5) : x \in R\}$, b) $B = \{\frac{3n+2}{2n-1} : n \in Z\}$, c) $C = \{e^{-5t}(2t^2+5t-6) : t \in R\}$,

d) $B = \{\frac{3n+2}{2n-1} : n \in N\}$, e) $E = \{e^{-2t} - 2e^{-t} - 3 : t \in R\}$, f) $E = \{\ln^2 t - 2\ln t - 15 : t > 0\}$.

2. Wyznaczyć przedziały monotoniczności i ekstrema funkcji danej wzorem $y=f(x)$, gdzie:

a) $f(x) = e^{-5x}(2x+3)$, b) $f(x) = \ln(x^2+5x+13)$, c) $f(x) = e^{-5x}(x^2+2x-3)$

d) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$, e) $f(x) = e^{-2x} + 2e^{-x} - 3$, f) $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x-2)^2}$, g) $f(x) = \ln^2 x - 5\ln x + 4$.

3. Wyznaczyć przedziały wklęsłości i wypukłości oraz punkty przegięcia funkcji danej wzorem $y=f(x)$, gdzie:

a) $f(x) = e^{-5x}(2x+5)$, b) $f(x) = \ln(x^2+5x+11)$, c) $f(x) = e^{-5x}(x^2+2x+5)$

d) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$, e) $f(x) = e^{-2x} + 2e^{-x} - 15$, f) $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x-2)^2}$, g) $f(x) = \ln^2 x - 7\ln x + 6$.

4. Wyznaczyć asymptoty funkcji danej wzorem $y=f(x)$, gdzie:

a) $f(x) = xe^{-5x}$, b) $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x-2)^2}$, c) $f(x) = x(1+e^{\frac{1}{x}})$, d) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$.

5. Obliczyć całki nieoznaczone:

a) $\int e^{-3x}(4x+5)$, b) $\int e^{-3x}(4x^3+15)$, c) $\int (4x^2+15x+6)\ln x$, d) $\int \frac{1}{2x^2+3x-5}$,

e) $\int \frac{5x-6}{3x^2+2x-5}$, f) $\int \frac{x}{2x^2+4x+10}$, g) $\int \frac{1}{(2x^2+3x-5)^2}$, h) $\int \frac{1}{(2x^2+4x+10)^2}$.

6. Obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi:

a) $y = \sqrt{x}, y = x^2$, b) $y = \frac{e-1-x}{e-1}e^x + \frac{x}{e-1}, y = 1 + \ln(x+1)$.

7. Obliczyć długości krzywych:

a) $y = x\sqrt{x}, x \in [1, 4]$, b) $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), x \in [-\ln 2, \ln 2]$, c) $y = x^2, x \in [-1, 1]$.

8. Obliczyć objętość obszaru wyznaczonego przez obrót obszaru ograniczonego krzywymi:

a) $y = \sqrt{x}, y = x^2$, b) $y = \frac{e-1-x}{e-1}e^x + \frac{x}{e-1}, y = 1 + \ln(x+1)$.

9. Znaleźć przybliżone wartości wyrażeń z danymi dokładnościami: a) $\sin 1, \varepsilon = 10^{-5}$,
b) $\ln 0.9, \varepsilon = 10^{-4}$, c) $\arctg 2, \varepsilon = 10^{-3}$, d) $\cos 3, \varepsilon = 10^{-3}$.

10. Rozwinąć w szereg Maclaurina funkcje:

a) $f(x) = \frac{3x+2}{5x-6}$, b) $f(x) = \ln(x^2+5x-6)$, c) $f(x) = \frac{3x+2}{x^2-1}$, d) $f(x) = xe^{-x} + e^x$,

e) $f(x) = e^{-2x} + 2e^{-x} - 3$, f) $f(x) = \left(\frac{x-1}{x-2}\right)^2$, g) $f(x) = \ln^2(5x^2+6x+1)$.