

Matematyka – Budownictwo I rok
Zadania do samodzielnego rozwiązania

Seria III

1. Zbadać ciągłość funkcji danej wzorem $y=f(x,y)$, gdzie :

$$a) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{dla } (x, y) = (0, 0). \end{cases}, \quad b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sqrt{y}}{x^2 + y} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{dla } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

$$b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y - 2xy + y}{x^2 + 3x + 1 + y} & \text{dla } (x, y) \neq (-1, 0), \\ 0, & \text{dla } (x, y) = (-1, 0). \end{cases}, \quad b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x + y} & \text{dla } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{dla } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

2. Zbadać liniową niezależność wektorów

a) $[1, 2, 1], [1, -2, 1], [1, 0, 1]$, b) $[1, 2, 1, 3], [1, 1, 2, 1], [1, 0, 1, 0]$, c) $[1, 2, 1], [1, -2, 0], [1, 0, 1]$,

3. Dla jakiej wartości parametru a wektory tworzą układ liniowo niezależny:

a) $[1, a, 1], [1, -2, 1], [1, 0, a - 1]$, b) $[1, 2a, 1, 3], [1, 1, a - 1, 1], [1, 0, 1, 0]$,

c) $[1, 2, 1], [1, -2, 0], [1, a - 5, 1]$, d) $[a + 1, a + 2, 1], [a, -2, 1], [1, 0, 2]$,

e) $[i, 2a, 1], [i - 1, 1, 2a], [1, 0, 1]$, f) $[-i, 2a, 1], [0, 0, 1], [i + a, 0, 1]$,

4. Uzupełnić układ wektorów do bazy:

a) $[1, 1, 1], [1, -2, 1]$, b) $[1, 2, 1, 3], [1, 1, -1, 1], [1, 0, 1, 0]$,

c) $[1, 2, 1], [1, -2, 0]$, d) $[1, 0, 1], [0, -2, 1]$ e) $[i, 2, 1]$ f) $[-i, 2, 1], [i, 0, 1]$,

5. Obliczyć wyznacznik: a) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 5 & -1 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 7 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 7 \end{vmatrix}$, b) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 \\ 5 & -2 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 7 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 7 \end{vmatrix}$, b) $\begin{vmatrix} i+1 & 3 & 1 & 3 \\ 5 & -i & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 7i & 3 \\ 2 & 0 & 0 & i \end{vmatrix}$,

6. Rozwiązać układ równań:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = 3 \end{cases}$$

7. a) $2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2$, b) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 3 \\ x_2 + 2x_3 = -3 \end{cases}$, $2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 3$ $x_2 + 2x_3 = -3$,

$$x_1 + x_3 = 0$$

$$x_2 + 2x_3 = -3$$

$$(a+1)x_1 + x_2 - 3x_3 = 3$$

c) $\begin{cases} x_1 + (2-a)x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 3 \\ x_2 + 2x_3 = -3 \end{cases}$ w zależności od parametru a .

$$x_2 + 2x_3 = -3$$