Matematyka – Budownictwo I rok
Zadania do samodzielnego rozwiązania

Seria I

1. Zbadać różnowartościowość funkcji danej wzorem $y=f(x)$, gdzie a) $f(x)=\sqrt[3]{\frac{5+3\log_2 x}{7-5\log_2 x}}$, b) $f(x)-\log_3\frac{3-5\log_2 x}{7+5\log_2 x}$, c) $f(x)=\sqrt[5]{\frac{3\arcsin(3x-2)+5}{5\arcsin(3x-2)-7}}$, d) $f(x)=1+\sqrt[5]{\frac{2^{3\mathrm{arc}\,ctg(7x-2)}+5}{2^{3\mathrm{arc}\,ctg(7x-2)}-7}}$, e) $f(x)=arcctg(5x-6)+arctg(5x-6)+2^{arctg(5x-6)}$.

Jeśli funkcja jest różnowartościowa, wyznaczyć funkcję do niej odwrotną.

2. Zaznaczyć na płaszczyźnie zespolonej zbiory:
a) $A=\{z\in\mathbb{C}:|(2i+1)z-6i-1|<|(2i+1)z-6i-1|\}$,
b) $B=\{z\in\mathbb{C}:|(2i-1)z-6i-1|<|(2i+1)z-6i-1|\}$,
c) $C=\{z\in\mathbb{C}:|(2i+3)z-6i+1|+|(2i+3)z-6i+1|\leq 3\}$,
d) $D=\{z\in\mathbb{C}:|z|^2+\mathrm{Re}\,z<1\}$,
e) $E=\{z\in\mathbb{C}:|(2i+3)z-2i+1|-|(2i+3)z-6i+1|\leq 30\}$,
f) $E=\{z\in\mathbb{C}:|(2i-3)z-2i+1|+|13z+7-4i|\leq 30\}$

3. Rozwiązać równania:
a) $5z^2+(2i+1)z+9-i=0$,
b) $z^6+2iz^5+3z^4+z^2+2iz+3=0$,
c) $z^4+4z^2+4=0$,
d) $(z+4\overline{z})^2+(z-4\overline{z})^2=0$,
e) $(z^2+2z-3)^3=1$,
f) $z^4+(2i+1)z^2-3=0$,
f) $\sin z=i$, g) $\sin^2(3z+i)=i$

4. Znaleźć obrazy $f(A)$:
a) $f(z)=e^z$, $A=\{z\in\mathbb{C}:\mathrm{Re}\,z=0.5\wedge 0<\arg z<\pi/4\}$,
b) $f(z)=iz$, $A=\{z\in\mathbb{C}:0<\arg z<\pi/4\}$,
c) $f(z)=z^2$, $A=\{z\in\mathbb{C}:0<\arg z<\pi/3\}$,

5. Przedstawić w postaci a+bi::
a) $\frac{(\sqrt{3}i+1)^{2009}}{(\sqrt{3}i-1)^{1999}}$, b) $\frac{[-1-\sqrt{3}+(1-\sqrt{3})i]^{2009}}{[1-\sqrt{3}-(1+\sqrt{3})i]^{2011}}$,
c) $\frac{(1+\sqrt{3}+(\sqrt{3}-1)i]^{2009}}{[1+\sqrt{3}i]^{2010}}$, d) $\sin(\frac{\pi}{4}i+\ln e)$, e) $tg(\frac{\pi}{5}i+\ln e^2)$.