Matematyka – Budownictwo studia magisterskie
Zadania do samodzielnego rozwiązania
Seria 1

1. Znaleźć całki ogólne równań:

a) $y^{(IV)}+8y''+16y=e^{-2t}+e^{2t}+1$, b) $y^{(IV)}+y=t+e^{-t}\cos t$, c) $y^{(3)}-2y'+y=e^{t}+\sin t$,

2. Rozwiązać zagadnienia Cauchy'ego:

a) $\begin{cases} y^{(IV)}-8y''+16y=e^{-2t}+e^{2t}+1 \\ y(0)=0,\ y'(0)=0,\ y''(0)=0,\ y^{(3)}(0)=1 \end{cases}$, b) $\begin{cases} y^{(3)}+2y'+y=e^{-t}+\sin 2t \\ y(0)=0,\ y'(0)=0,\ y''(0)=0 \end{cases}$,

c) $\begin{cases} (y'+y)''=e^{-t}+1 \\ y(0)=0,\ y'(0)=0,\ y''(0)=1 \end{cases}$, d) $\begin{cases} (y'+4)'=te^{-4t}+1 \\ y(0)=0,\ y'(0)=1 \end{cases}$

3. Rozwiązać układy równań:

a) $\begin{cases} x'=2x-y+e^{t}+1 \\ y'=-x+2y+e^{t} \end{cases}$, b) $\begin{cases} x'=2x-y \\ y'=-x+2y+z \\ z'=y+2z \end{cases}$, c) $\begin{cases} x'=2x+3y \\ y'=3x+2y \\ z'=x+y \end{cases}$

4. Wyznaczyć e^{A}, jeśli:

a) $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, b) $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, c) $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, d) $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, e) $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

5. Wyznaczyć wektory, wektory dołączone i wartości własne macierzy:

a) $A=\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$, b) $A=\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$, c) $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, d) $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

6. Rozwiązać równania:

a) $2u_x+3u_y=0$, b) $(x-3y)u_x+(3x-y)u_y=0$, c) $(x-2y)u_x+(2x-y)u_y+2u_z=0$.

7. Rozwiązać równania:

a) $2u_x+3u_y=1$, b) $(x-3y)u_x+(3x-y)u_y=u$, c) $(x-2y)u_x+(2x-y)u_y+uu_z=5$.

8. Rozwiązać zagadnienia Cauchy'ego:

a) $yzz_x+xz_y=0,\ z(x,y)=x^2\ dla\ y=1$, b) $xz_x=z,\ z(x,y)=y\ dla\ x=1$,

c) $xu_x+yu_y+zu_z=u,\ u(x,y,z)=\frac{1}{2}(y+z)\ dla\ x=2$