
Każde zadanie – 10pkt. Nie wolno używać kalkulatorów, tablic ani innych notatek. Wszelkie pytania należy kierować do osoby prowadzącej kolokwium.

06.02.2010

Egzamin z Analizy Matematycznej.

Zadanie 1. Proszę obliczyć pochodne następujących funkcji:

a) $\sqrt[3]{x} \ln x$ b) $\frac{2^x}{\cos x}$ c) $\sin^5(x^3 + \sqrt{3x + 5})$

Zadanie 2. Proszę znaleźć następujące granice:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 5 \cdot 2^n + 7 \ln n}{4 \ln n + 6n^5 + 8 \cdot 2^n}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$

Zadanie 3. Dla funkcji

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2}$$

określonej na przedziale $[3, 6)$ proszę znaleźć wartości największą i najmniejszą (lub odpowiednie kresy), ekstrema lokalne, przedziały monotoniczności i naszkicować wykres.

Zadanie 4. Proszę znaleźć największą możliwą objętość prostopadłościennego basenu (otwartego zbiornika), którego dwie przeciwległe ściany są kwadratowe i który da się wykafelkować płytkami o łącznej powierzchni $81m^2$.

Zadanie 5. Proszę znaleźć wielomian Taylora funkcji $f(x) = \cos x$ stopnia 5 w punkcie $a = 0$ oraz odpowiednią resztę. Za pomocą znalezionej wielomianu obliczyć przybliżoną wartość $\cos 1$ i oszacować błąd.

Zadanie 6. Proszę obliczyć następujące całki:

a) $\int x \cos x^2 dx$ b) $\int x \ln x dx$

Zadanie 7. Proszę obliczyć pole obszaru ograniczonego krzywymi: $y = x^2 - 1$ oraz $x - y + 1 = 0$.