

**Analiza matematyczna, zjazd 7; 12.12.2008**

Proszę znaleźć wielomian Taylora stopnia 3 w punkcie 0, oraz odpowiednią resztę dla następujących funkcji:

1.  $f(x) = -2 + 3x + 4x^2 + 5x^3$

2.  $f(x) = 4 + x + 3x^2 - 5x^3 + 2x^4$

3.  $f(x) = \sin x$

4.  $f(x) = \cos x$

5.  $f(x) = \operatorname{tg} x$

6.  $f(x) = e^x$

7.  $f(x) = e^{2x}$

8.  $f(x) = \sqrt{e^x}$

9.  $f(x) = (1 - x)^{-1}$

10.  $f(x) = (1 + x)^{-1}$

11.  $f(x) = \sqrt{1 + x}$

12.  $f(x) = \sqrt{1 - x}$

13.  $f(x) = (1 + x)^a, \quad a \in \mathbb{R}$

14.  $f(x) = \ln(1 + x)$

15.  $f(x) = \ln(1 - x)$

16.  $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

Proszę oszacować jaki błąd popełniamy w podanych niżej przybliżeniach

(proszę przyjąć oszacowanie:  $2 < e < 3$ )

17.  $e^x \cong 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3$  dla  $|x| \leq 1$

18.  $\sqrt{e^x} \cong 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2^2 2!}x^2 + \frac{1}{2^3 3!}x^3$   
dla  $|x| \leq 1$

19.  $\sin x \cong x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5$  dla  $|x| \leq 1$

20.  $\cos x \cong 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6$  dla  
 $|x| \leq \frac{1}{2}$

21.  $\ln(1 + x) \cong x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4$   
dla  $|x| \leq 0.1$

22.  $\sqrt{1 + x} \cong 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3$  dla  
 $|x| \leq 0.1$

Proszę obliczyć podane wartości ze wskazaną dokładnością:

23.  $\sqrt{4.1}, \quad \pm 10^{-3}$

24.  $\sqrt{16.5}, \quad \pm 10^{-3}$

25.  $\sqrt[4]{83}, \quad \pm 10^{-3}$

26.  $\sqrt[3]{127}, \quad \pm 10^{-3}$

27.  $\sqrt[3]{e}, \quad \pm 10^{-4}$

28.  $\sqrt{e}, \quad \pm 10^{-3}$

29.  $e, \quad \pm 10^{-2}$

30.  $e^{-1}, \quad \pm 10^{-2}$

31.  $\ln 0.5, \quad \pm 0.05$

32.  $\ln 1.5, \quad \pm 0.05$

33.  $\ln 4, \quad \pm 0.5$

34.  $\ln 0.9, \quad \pm 10^{-3}$

35.  $\ln 1.1, \quad \pm 10^{-3}$

36.  $\ln 1.21, \quad \pm 10^{-3}$