

Zadania z analizy matematycznej; Zjazd 8 3.07.2010

Proszę znaleźć średnią wartość funkcji

1. $f(x, y) = x + 6y$ na obszarze ograniczonym krzywymi $y = x$, $y = 5x$, $x = 1$
2. $f(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ w kole $x^2 + y^2 \leq R^2$
3. $f(x, y) = 12 - 2x - 3y$ na obszarze ograniczonym krzywymi $12 - 2x - 3y = 0$, $x = 0$, $y = 0$

Proszę znaleźć współrzędne środka ciężkości

4. jednorodnego półkola o promieniu R .
5. jednorodnego półpłaszczyzny $a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2$, $y \geq 0$
6. płyty $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 2$, o gęstości $\rho(x, y) = x$
7. płyty $D = [0, 1] \times [0, 2]$ o gęstości $\rho(x, y) = 1 + x$
8. płyty $D = [0, 1] \times [0, 1]$ o gęstości $\rho(x, y) = x + y$

Przy pomocy rachunku całkowego proszę znaleźć objętość brył:

9. $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$
10. $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq x\}$

Proszę obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami

9. $z = 1 + x + y$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y = 1$
10. $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$
11. $y = x^2$, $z = x^2 + y^2$, $y = 1$, $z = 0$
12. bryły opisanej warunkami: $0 \leq z \leq x^2 + y^2 \leq R^2$
13. Osie dwóch walców o wspólnym promieniu R przecinają się pod kątem prostym. Proszę znaleźć objętość części wspólnej.