

Zadania z analizy matematycznej; zjazd 1 20.02.2009

Proszę znaleźć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX obszaru ograniczonego krzywymi:

1.  $y = x^2, y = 0, x = 2$

7.  $y = xe^x, y = ex$

2.  $y = x^2, y = 2x$

8.  $y = 2 - x^2, y = 1$

3.  $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$

9.  $y = \frac{x}{x^3+2}, y = 0, x = 1$

4.  $y = \sqrt{\sin x}, y = 0, x \in [0, \pi]$

10.  $y = \cos x, y = 1, x \in [0, 2\pi]$

5.  $y = \sin x, y = 0, x \in [0, \pi]$

11.  $y = x^2 - 1, y = 3$

6.  $y = xe^x, y = 0, x = 1$

12.  $4x^2 + 9y^2 = 100$

Proszę znaleźć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OY obszaru ograniczonego krzywymi:

13.  $y = x^2, y = 0, x = 2$

20.  $y = \ln x, y = -\ln x, x = 2$

14.  $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$

21.  $y = 2 - x^2, y = 1$

15.  $y = x^2, y = 2x$

22.  $y = \frac{x}{x^3+2}, y = 0, x = 1$

16.  $y = \sin x, y = 0, x \in [0, \pi]$

23.  $y = \cos x, y = 1, x \in [0, 2\pi]$

17.  $y = xe^x, y = 0, x = 1$

24.  $y = x^2 - 1, y = 3$

18.  $y = xe^x, y = ex$

25.  $4x^2 + 9y^2 = 100$

19.  $y = \sqrt{x^2+1}, y = 1, x = 1$

26.  $y = |x| - 3, y = 1$

Proszę znaleźć długość łuku wykresów następujących funkcji:

27.  $f(x) = \sqrt{x^3}, x \in [0, 1]$

29.  $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), x \in [-\ln 2, \ln 2]$

28.  $f(x) = 2\sqrt{x}, x \in [1, 4]$

30.  $f(x) = \ln(1 - x^2)$

Proszę znaleźć długości następujących łuków:

27.  $h(t) = (t^2, t - \frac{1}{3}t^3), t \in [0, 2]$

29.  $h(t) = (2t, t^2, \frac{1}{3}t^3), t \in [0, 3]$

28.  $h(t) = (r(\cos t + t \sin t), r(\sin t + t \cos t)), t \in [1, 3]$

30.  $h(t) = (t, \frac{2\sqrt{2}}{3}t\sqrt{t}, \frac{1}{2}t^2), t \in [0, 2]$

31.  $h(t) = (\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}, \frac{\sqrt{2}}{2}t^2, \frac{2}{5}t^{\frac{5}{2}} + 1), t \in [0, 2]$

Proszę obliczyć środki ciężkości obszarów ograniczonych krzywymi:

27.  $y = x^2, y = 1$

30.  $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$

28.  $y = 4 - x^2, y = 0$

31.  $y = \sqrt{R^2 - x^2}, y = 0, x \geq 0$

29.  $y = 0, x = 0, y = 3 - x$

32.  $y = \sin x, y = 0, x \in [0, \pi]$