

Analiza matematyczna, zestaw 7

Proszę obliczyć całki po wskazanym obszarze D :

1. $\iint_D \cos(x^2 + y^2) dx dy, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x \leq 0\}$
2. $\iint_D \frac{\ln(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, y \leq 0\}$
3. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$
4. $\iint_D x^2 + y^2 dx dy, \quad D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$
5. $\iint_D (x + 2y) dx dy, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$
6. $\iint_D \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq e\}$
7. $\iint_D e^{x^2 + y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$
8. $\iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq R^2\}$
9. $\iint_D 2 - 3x - 2y dx dy, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq R^2\}$
10. $\iint_D \ln x^2 + y^2 dx dy, \quad D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq e \text{ oraz } x \geq 0\}$

Proszę znaleźć średnią wartość funkcji

11. $f(x, y) = x + 6y$ na obszarze ograniczonym krzywymi $y = x, y = 5x, x = 1$
12. $f(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ w kole $x^2 + y^2 \leq R^2$
13. $f(x, y) = 12 - 2x - 3y$ na obszarze ograniczonym krzywymi $12 - 2x - 3y = 0, x = 0, y = 0$

Proszę znaleźć współrzędne środka ciężkości

14. jednorodnego półkola o promieniu R .
15. jednorodnego półpłaszczyzny $a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2, y \geq 0$
16. płyty $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2$, o gęstości $\rho(x, y) = x$

Przy pomocy rachunku całkowego proszę znaleźć objętość brył:

17. $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$
18. $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq x\}$

Proszę obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchniami

17. $z = 1 + x + y, x = 0, y = 0, z = 0, x + y = 1$
18. $x + y + z = 10, x^2 + y^2 = 4, x = 0, y = 0, z = 0$
19. $y = x^2, z = x^2 + y^2, y = 1, z = 0$
20. Osie dwóch walców o wspólnym promieniu R przecinają się pod kątem prostym. Proszę znaleźć objętość części wspólnej.