

Zadania z analizy matematycznej; zjazd 1 22.02.2009

Proszę znaleźć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OX obszaru ograniczonego krzywymi:

1. $y = x^2, y = 0, x = 2$
2. $y = x^2, y = 2x$
3. $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$
4. $y = \sqrt{\sin x}, y = 0, x \in [0, \pi]$
5. $y = \sin x, y = 0, x \in [0, \pi]$
6. $y = xe^x, y = 0, x = 1$
7. $y = xe^x, y = ex$
8. $y = 2 - x^2, y = 1$
9. $y = \frac{x}{x^3+2}, y = 0, x = 1$
10. $y = \cos x, y = 1, x \in [0, 2\pi]$
11. $y = x^2 - 1, y = 3$
12. $4x^2 + 9y^2 = 100$

Proszę znaleźć objętość bryły powstałej przez obrót wokół osi OY obszaru ograniczonego krzywymi:

13. $y = x^2, y = 0, x = 2$
14. $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$
15. $y = x^2, y = 2x$
16. $y = \sin x, y = 0, x \in [0, \pi]$
17. $y = xe^x, y = 0, x = 1$
18. $y = xe^x, y = ex$
19. $y = \sqrt{x^2+1}, y = 1, x = 1$
20. $y = \ln x, y = -\ln x, x = 2$
21. $y = 2 - x^2, y = 1$
22. $y = \frac{x}{x^3+2}, y = 0, x = 1$
23. $y = \cos x, y = 1, x \in [0, 2\pi]$
24. $y = x^2 - 1, y = 3$
25. $4x^2 + 9y^2 = 100$
26. $y = |x| - 3, y = 1$

Proszę znaleźć długość łuku wykresów następujących funkcji:

27. $f(x) = \sqrt{x^3}, x \in [0, 1]$
28. $f(x) = 2\sqrt{x}, x \in [1, 4]$
29. $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}), x \in [-\ln 2, \ln 2]$
30. $f(x) = \ln(1 - x^2)$

Proszę znaleźć długości następujących łuków:

27. $h(t) = (t^2, t - \frac{1}{3}t^3), t \in [0, 2]$
28. $h(t) = (r(\cos t + t \sin t), r(\sin t + t \cos t)), t \in [1, 3]$
29. $h(t) = (2t, t^2, \frac{1}{3}t^3), t \in [0, 3]$
30. $h(t) = (t, \frac{2\sqrt{2}}{3}t\sqrt{t}, \frac{1}{2}t^2), t \in [0, 2]$
31. $h(t) = (\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}, \frac{\sqrt{2}}{2}t^2, \frac{2}{5}t^{\frac{5}{2}} + 1), t \in [0, 2]$

Proszę obliczyć środki ciężkości obszarów ograniczonych krzywymi:

27. $y = x^2, y = 1$
28. $y = 4 - x^2, y = 0$
29. $y = 0, x = 0, y = 3 - x$
30. $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}x$
31. $y = \sqrt{R^2 - x^2}, y = 0, x \geq 0$
32. $y = \sin x, y = 0, x \in [0, \pi]$